

CURIOSITÉS ARITHMÉTIQUES

PAR

F. LAGARRIGUE

Professeur de Sciences mathématiques et physiques

L'ORIGINE DES CHIFFRES. — LE CALCUL MENTAL
LES OPÉRATIONS ABRÉGÉES. — LES CARRÉS MAGIQUES
PROBLÈMES CURIEUX ET AMUSANTS, ETC.



PARIS

LIBRAIRIE CLASSIQUE DE PAUL DUPONT

Rue de Grenelle-Saint-Honoré 45.

—
1866



Ex Libris Joannis Nencini
1874

CURIOSITÉS
ARITHMÉTIQUES



Ex Libris Joannis Nenoni
1874

CURIOSITÉS
ARITHMÉTIQUES

« ... Les ouvrages composant la *Bibliothèque des Campagnes*
« sont admis comme livres de lecture courante dans les biblio-
« thèques scolaires... » (*Circulaire de S. Exc. le Ministre de*
l'instruction publique, en date du 23 février 1863.)

CURIOSITÉS ARITHMÉTIQUES

PAR

F. LAGARRIGUE

Professeur de Sciences mathématiques et physiques

L'ORIGINE DES CHIFFRES — LE CALCUL MENTAL
LES OPÉRATIONS ABRÉGÉES — LES CARRÉS MAGIQUES
PROBLÈMES CURIEUX ET AMUSANTS, ETC.



PARIS

LIBRAIRIE CLASSIQUE DE PAUL DUPONT

RUE DE GRENELLE-SAINT-HONORÉ, 45

1866

AVANT-PROPOS

Les mathématiques, qui forment autant la science du raisonnement que celle des grandeurs, doivent servir d'introduction aux travaux qui sont du domaine de la physique, de la chimie et des sciences naturelles. Outre qu'elles fournissent par elles-mêmes des découvertes que nous n'avons pas à apprécier ici, elles font acquérir cette exactitude de coup d'œil qui fait éviter les erreurs d'observation et nous mettent en garde contre les illusions de nos sens ; de plus, en nous habituant à une grande rigueur de raisonnement, elles nous apprennent à penser juste, à juger sainement, à découvrir dans les écrits ou les discours les points faibles, les cercles vicieux ou les sophismes. Aussi est ce avec raison que, dans les programmes universitaires, l'enseignement des mathéma-

tiques a pris, sous le nom de *logique scientifique*, une place importante à côté de l'enseignement de la rhétorique et de la philosophie.

De combien de jouissances intellectuelles se privent les personnes qui, sous prétexte que ces études ne peuvent être abordées que par quelques intelligences exceptionnellement douées, sacrifient à un préjugé trop répandu en refusant d'y appliquer leur esprit ! A quelle source féconde d'agréables découvertes, d'utiles inventions ou de méditations sublimes refuse-t-on de puiser en repoussant de parti pris les ouvrages qui traitent de physique, d'astronomie, de mécanique, de botanique, de géologie, etc., ou en ne les parcourant que d'un œil distrait et ennuyé.

La notation algébrique et le langage de ces sciences sont-ils donc si incompréhensibles ? On se le figure et on n'y regarde pas de plus près. Si l'on songe pourtant que tous les enfants de quatre à cinq ans ont déjà appris, sans que cela paraisse extraordinaire, notre langue si complexe, qu'ils se sont approprié nos idées si bizarres, si désordonnées, on se demande s'il est logique de croire qu'un homme n'est pas assez richement doté par la nature pour se caser encore dans la mémoire quelques mots ou quelques signes nouveaux, pour saisir le sens de quelques vérités immuables ou pour exercer sa raison à comparer, à assembler ces vérités pour en déduire de nouvelles.

Mais ces études abstraites, dit-on, dessèchent l'âme, étouffent les sentiments, arrêtent l'essor de l'imagination

naissante. C'est une erreur profonde, très-accréditée; il est vrai, mais aussi contre laquelle nous ne saurions trop élever la voix. Nous n'invoquerons pas en faveur de notre opinion la prétendue *éloquence des chiffres*; nous savons que les faiseurs de statistique abusent étrangement de cette métaphore, peut-être parée qu'ils veulent manier un instrument dont ils n'ont pas étudié suffisamment l'usage; mais nous rappellerons que les plus grands mathématiciens de l'antiquité étaient aussi les plus grands penseurs et furent les premiers *philosophes*. Qu'on enlève à Pascal, à Descartes, à Leibnitz; à Newton, à d'Alembert et à tant d'autres leurs travaux scientifiques, et il restera encore pour éterniser leurs noms d'immortels travaux littéraires. Voltaire, qui était certes un homme d'imagination, s'appliqua à l'étude des sciences exactes et nous a laissé quelques pages remarquables sur les lois de l'optique. L'illustre Arago ne dut-il pas autant sa popularité à la science profonde qu'il avait acquise qu'à ses agréables discours et à ses charmants écrits? N'avons-nous pas toujours vu les membres les plus éminents de l'Académie des sciences occuper avec honneur quelques-uns des 40 fauteuils de l'Académie française à côté de nos célébrités littéraires et de nos orateurs les plus brillants? Il faut ne pas avoir assisté aux leçons de MM. Flourens, Bertrand, Dumas, Le Verrier, Babinet, etc., pour refuser aux savants cette verve que donne l'imagination. Manquaient-ils donc de l'esprit d'invention ces avants anciens qui nous ont légué les fondements de la science moderne? Leurs etreurs mêmes attestent que

leur imagination ne restait pas inactive. Newton, en voyant tomber une pomme, imagine la loi de la gravitation universelle; Copernic organise le système de l'univers; Ampère établit devant un autre membre de l'Académie des sciences, qui s'appelait Napoléon, sa belle théorie de l'électro-magnétisme, etc., etc.; ne sont-ce pas là de belles conceptions? De combien elles dépassent en utilité ou en grandeur les combinaisons plus ou moins embrouillées de nos romanciers les plus habiles!

Non, les sciences exactes ne tuent pas l'imagination; seulement elles la dirigent vers des sujets de l'ordre le plus élevé, et, en la guidant dans ses hypothèses, elles lui donnent plus de sûreté et plus de logique.

Elles n'excluent pas non plus les jouissances de l'esprit ni les plaisirs des sens; elles ne sont pas si abstraites qu'on le croit, ni si dépourvues de charme qu'on le dit : c'est ce que nous essayons de faire voir en publiant ce petit travail.

Cet ouvrage est spécialement consacré aux *Récréations arithmétiques*. Sous ce titre nous faisons connaître quelques problèmes célèbres ou amusants, quelques curieuses propriétés des nombres; des jeux de cartes ou de dés basés uniquement sur le calcul, etc.

On ne trouvera pas toujours dans ce recueil l'ordre logique et régulier qui doit être suivi dans les traités sur les mêmes matières destinés à l'enseignement; mais nous avons pensé que ce qui serait un grave défaut dans un ouvrage classique deviendrait une qualité dans un recueil de *récréations*. Il ne faut plus, en effet, que le

lecteur fasse d'efforts pour suivre un raisonnement ; mais il suffit que son esprit soit tenu naturellement en éveil par la variété des sujets ; l'exemple doit faire connaître le précepte, et la science quitter les froides allures de la raison pour devenir plus attrayante.

En abordant, dans un dernier chapitre, l'étude des *infinitement grands et des infiniment petits*, nous faisons une rapide excursion dans le domaine de l'astronomie et des sciences naturelles. L'admirable spectacle qui se déroule sous nos yeux lorsque, avec l'aide du télescope et du microscope, nous parcourons les cieux ou nous observons la population d'une goutte d'eau, exigerait pour être convenablement décrit la plume d'un de nos littérateurs les plus éminents. Il est en effet la source des méditations les plus sublimes et les plus propres à nous guider vers la connaissance de Dieu et de nous-mêmes. Malgré notre insuffisance, nous avons cru qu'il était de notre devoir de ne pas passer complètement sous silence un sujet si plein d'intérêt et si fertile en enseignements.

C'est avec regret que nous avons dû nous borner à extraire quelques faits de la masse considérable des connaissances que l'homme a découvertes dans cette mine inépuisable d'observations. Notre tâche avait seulement pour but de faire entrevoir le charme que pouvaient offrir les études scientifiques en général pour que le lecteur se hasardât à les aborder ensuite sans prévention, et les limites que nous nous étions assignées nous ont paru souvent bien étroites. Nos lecteurs seront-ils du même avis ? S'il en était ainsi, notre but serait atteint ;

ils trouveraient alors dans des ouvrages spéciaux un exposé complet et méthodique des diverses branches de la science, et, sans se rebuter à la lecture des premières pages, ils pénétreraient plus avant dans une étude désormais pleine d'attraits pour eux.

Quelque censeur trop sévère, accordant à notre livre une importance que nous n'avons pas eu la prétention de lui donner, trouvera peut-être que nous avons fait une trop large place à des jeux d'esprit indignes d'une intelligence élevée. S'il est nécessaire de répondre à cette accusation, nous transcrivons ici un passage d'une lettre adressée par Leibnitz à M. de Montmort : « Après les jeux « qui dépendent uniquement des nombres, dit le grand « philosophe, viennent les jeux où entre encore la position, comme dans le trictrac, dans les dames, surtout « dans les échecs. Le jeu nommé *solitaire* m'a plu assez. « Mais à quoi bon cela ? dira-t-on ; je réponds : « à perfectionner l'art d'inventer ; car il faudrait avoir des « méthodes pour venir à bout de tout ce qui peut se « trouver par raison. »

Euler, Moivre, Montucla et plusieurs autres mathématiciens célèbres ont attaché leurs noms à quelques problèmes purement amusants. Le traducteur de Diophante, le savant Bachet, écrivit en 1660 ses *problèmes plaisants et délectables* ; quelques années plus tard, Ozanam, de l'Académie des sciences, publia ses *Récréations de mathématiques et de physique*, dont la première partie nous a été d'un utile secours.

L'autorité même de ces noms illustres rendait notre

tâche plus difficile. Comment oser aborder des sujets déjà traités par de tels maîtres ? Mais on a beau glaner dans le champ fertile de la science, il reste toujours quelques épis à recueillir, et nous avons l'espoir que notre petite moisson ne sera pas inutile.

CHAPITRE PREMIER

DE L'ORIGINE DES CHIFFRES ET DE LA NUMÉRATION CHEZ LES DIVERS PEUPLES.

Par quelles causes étranges, mystérieuses, les langues se sont-elles transformées au point de devenir méconnaissables ? Par quelles successions d'influences persistantes les nations sorties d'une même origine sont-elles arrivées à modifier le langage qui leur était commun, à changer la forme des caractères qui leur servaient à toutes pour traduire leurs idées, au point de ne plus pouvoir se comprendre et de ne plus correspondre entre elles ? Ce sont là des questions que les linguistes et les archéologues s'efforcent d'approfondir tous les jours au profit de l'histoire générale, et la partie de ces recherches qui se rapporte à l'art de compter n'est pas la moins curieuse ni la moins intéressante.

Le mot hébreu *sepher* veut dire *compter*. Aussi quelques auteurs font-ils remonter à ce mot l'étymologie de *chiffre*. Il est pourtant peu vraisemblable que nous ayons emprunté une telle expression à un peuple qui ne nous a transmis aucune notion de calcul. Nous remarquons, au contraire, que, dans le latin barbare du moyen âge, *cyphra* ou *tsyphra* signifie *zéro* ou rien ; or l'expression arabe *tsiphron zeron* veut dire *tout à fait vide* ; *tsiphron* (vide) aura été détourné de sa signification attribuée à *zeron* dont on a fait *zéro*, et le mot *chiffre* n'aura plus désigné qu'un caractère numérique en général.

Bien des personnes trouveront cette étymologie un peu forcée. Mais qu'on veuille bien remarquer qu'il en existe

de bien certaines dont la source est de prime-abord beaucoup plus contestable. Ainsi le mot latin *dies*, que nous traduisons *jour*, est devenu, par la suite des siècles, grâce à la corruption du langage, *diurnus*, journalier, que l'on écrivait aussi *djurnus*, puis *giorno*, en italien jour, puis *journal*, enfin *jour*. Comparez *dies* et *jour* : il n'y a pas une seule lettre commune. *Ross* en allemand est l'expression poétique qui correspond à *coursier*; or, l'on sait bien que notre mot *rosse*, qui en dérive, est loin d'appartenir au langage élevé et qu'il ne signifie pas surtout un cheval fringant. L'adverbe *incessamment*, qui doit vouloir dire *sans cesse*, est employé la plupart du temps pour exprimer *très-prachainement*; enfin notre *vasistas* n'était tout d'abord que le petit carreau à travers lequel les *suisses* des hôtels, les concierges de nos jours, demandaient aux visiteurs, avec un accent bien connu *was ist das?* (qu'est-ce qu'il y a?)

Les premiers peuples, comme les enfants de nos jours, firent très-probablement consister leurs premiers caractères numériques en simples traits ou en lignes droites qu'on entaillait aisément dans le bois ou la pierre. Comme d'ailleurs ils comptaient naturellement sur leurs doigts, la division des nombres par décades leur vint toujours à l'esprit la première. Il n'y a pas d'exemple d'une division différente dans la numération écrite des peuples civilisés, bien que nous retrouvions les divisions par 12 et fractions de 12 dans notre système ancien de poids et mesures et encore de nos jours dans l'évaluation du temps, et dans la mesure des arcs de cercle.

Les Hébreux se servaient, pour représenter les nombres, des lettres de leur alphabet. Celui-ci se compose de 22 caractères seulement, mais il y en a 5 qui, comme notre *r* manuscrit, peuvent prendre des formes finales, ce qui porte à 27 le nombre des signes qui peuvent être employés dans cette numération barbare. Les unités s'expri-

maient par les 9 premières lettres, les dizaines par les 9 suivantes, et les centaines par les quatre dernières et les finales. Pour représenter les mille, les dizaines de mille et les centaines de mille, ils se servaient des mêmes lettres, surmontées de deux points.

Les Grecs, dont la notation peut nous intéresser davantage, puisque leurs travaux en mathématiques furent extrêmement remarquables, n'employaient pas un système plus simple. Le célèbre mathématicien Delambre, qui a si glorieusement attaché son nom à l'établissement du système métrique en France, et notre illustre professeur contemporain, M. Chasles, ont recherché, avec une persévérance que l'absence de documents paralyssait quelquefois, de quels signes se servaient Diophante, Pappus, Pythagore, Archimède et tous les illustres savants grecs dans les travaux qui les conduisirent aux belles découvertes qu'ils nous ont léguées ; et, bien que ce sujet puisse paraître un peu sérieux pour la nature de cet ouvrage, nous ne résistons pas au désir de faire connaître le résultat de ces recherches.

De même que les Hébreux et les Phéniciens qui leur avaient déjà communiqué l'art d'écrire, les Grecs se servirent dans leur numération des 24 lettres de leur alphabet, auxquelles ils ajoutaient 3 signes tirés de l'alphabet des premiers peuples : *vau*, *coph* et *sin*, qu'ils nommaient *episemon vau* (ς, 6), *koppa* (Ϟ, 90) et *sampi* (Ϡ, 900). — Les unités de 1 à 9 étaient représentées par les lettres α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ ; les dizaines par ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ ; les centaines de 100 à 1,000 par ς, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, Ϡ. Pour distinguer ces caractères des lettres alphabétiques ordinaires, on les surmontait ordinairement, à droite, d'un petit accent, α', β' ; ou plus simplement on ne marquait de ce signe que le premier caractère à droite du nombre à écrire : ainsi λγ', ψκζ', signifiaient 33, 787. Les mille étaient représentés par les mêmes lettres que les

unités simples, mais avec un accent dessous α , β ,... On arrivait ainsi jusqu'à 10000 ou une myriade. Ce dernier nombre s'écrivait $M\upsilon$, initiales de Μυριοι . Diophante et Pappus écrivaient $\alpha M\upsilon$, $\beta M\upsilon$... etc., pour 10000, 20000... De cette manière l'expression $\epsilon, \chi\theta\delta M\upsilon. \pi, \gamma'$ voulait dire 2679 dizaines de mille 8003 unités ou 26798003, et l'on pouvait représenter tous les nombres jusqu'à 100000000. Il en fut ainsi jusqu'à Archimède; mais ayant un jour à exprimer le nombre de grains de sable que contiendrait une sphère qui aurait pour diamètre la distance de la terre aux étoiles fixes, et son résultat dépassant de beaucoup la limite à laquelle s'arrêtaient ses prédécesseurs, ce savant imagina de prendre pour unité nouvelle les 100 millions ou la myriade de myriades déjà obtenue, et il nomma *nombres du second ordre* ceux qu'il formait ainsi et qu'il nous faudrait 16 chiffres pour écrire; prenant ensuite pour nouvelle unité 1 suivi de 16 zéros, ou la 4^e puissance de la myriade, il formait des nombres du 3^e ordre, etc. Pourtant ce système, qu'il exposa dans son traité nommé *Arénaire* (*De numero arenæ*), ne fut jamais appliqué par personne, et il se contenta lui-même de l'indiquer sans effectuer les calculs pour lesquels il l'avait établi.

Il est très-probable qu'Archimède et les pythagoriciens employaient pour le calcul un autre système de numération et laissaient au vulgaire l'usage de celui que nous venons d'exposer. En expliquant, en effet, un passage de l'écrivain grec Boèce dans lequel on avait cru trouver d'abord des notes tironiennes ou sténographiques, M. Chasles a prouvé que les chrétiens d'Occident faisaient usage, à l'époque où écrivait cet auteur, et par conséquent bien avant les Arabes, de 9 chiffres *prenant des valeurs de position en progression décuple* comme dans notre système. Cette idée, si féconde en résultats, d'attacher à chaque signe ou symbole une valeur absolue et une valeur de position, nous serait donc venue de l'école de Py-

thagore. Les caractères rapportés par Boëce sont dans l'ordre des 9 premiers nombres :

I 7 III 4 L A 8 9 0

Mais cette notation, qui se rapproche assez de la nôtre, ne fut pas répandue chez les nations latines. Les conquêtes romaines, puis les invasions barbares détournèrent longtemps les esprits, chez les Occidentaux, de l'étude des sciences exactes; la manière d'écrire les nombres des Romains était d'ailleurs plus irrégulière et se prêtait moins aux combinaisons que celle des Grecs. Nous ne rappellerons pas ici ce système de numération bien connu qui nous ramène à l'enfance de la civilisation; constatons seulement qu'il fut employé par tous les peuples de l'Europe occidentale jusqu'à l'introduction des chiffres dits *arabes*, et que nos architectes ou nos auteurs datent encore leurs œuvres avec les chiffres romains, espérant sans doute donner à leurs travaux une garantie de durée en leur imprimant le cachet qui marque les monuments impérissables des Césars.

Bien que les Arabes possèdent un système de numération identique au nôtre, tous les auteurs reconnaissent qu'ils l'ont emprunté aux Hindous à la fin du ^xe siècle. C'était probablement de la même origine que les Grecs avaient tiré les caractères que nous avons indiqués plus haut : il est hors de doute, en effet, que notre système actuel était en usage, il y a plus de 2000 ans, chez les habitants de l'Inde; seulement les connaissances que les invasions des Romains, puis des barbares du Nord, avaient empêchées de se propager chez nous dans les premiers temps du christianisme, nous furent communiquées dix siècles plus tard, à la suite d'une autre invasion des sectateurs de Mahomet venue du sud. Les uns admettent que le nouveau système fut importé chez nous par le

pape Gerbert, qui le tenait des Sarrasins d'Espagne, d'autres qu'il nous vient d'Italie, où il aurait été répandu par Léonard de Pise revenant d'Afrique en 1202.

La forme des chiffres a d'ailleurs subi d'importantes modifications, comme on peut en juger par ce qui suit.

Al-Séphadi, poète et commentateur arabe du XIII^e siècle qui nous fit connaître les fables et les calculs des Indiens, et, en particulier, le jeu des échecs, écrit ainsi eurs chiffres :

1 ρ μ ε ε' γ ν ι ρ 0

Telles sont aussi les formes indiquées dans son arithmétique indienne par le moine grec Planude, qui vivait vers la même époque.

Cependant l'Italien Sacro Bosco et le moine anglais Roger Bacon, contemporains des écrivains précédents, le premier dans un traité d'arithmétique et le second dans son calendrier, s'accordent à écrire les chiffres indiens :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

se rapprochant ainsi beaucoup plus de la forme du Grec Boèce que de celle indiquée par l'Arabe Al-Séphadi. Ces formes semblent assez différentes de celles que nous employons aujourd'hui ; mais on serait bien plus étonné encore en comparant ces anciens chiffres aux modernes des Indiens. Nous ne reproduirons pas ici ces derniers, pour ne pas multiplier inutilement les exemples. Il nous suffira de dire que l'on ne reconnaît pas plus dans ces figures la forme des chiffres anciens ou la forme des nôtres, bien qu'ils dérivent aussi des premiers, que nous ne retrouvons notre langage français dans les écrits de Cicéron ou dans les discours actuels du parlement italien. Qu'importe, du reste, la forme du chiffre ? C'est sa double

valeur absolue et relative qui constitue tout notre système de numération et qui le rend si fécond dans les applications du calcul. C'est l'origine de ce système qu'il est surtout intéressant de connaître : or, il semble maintenant bien établi que les Hindous le communiquèrent d'abord aux Grecs longtemps avant Jésus-Christ, puis aux Arabes, qui nous l'ont transmis après leur invasion en Espagne.

Encore un mot pour terminer notre dissertation sur la forme des chiffres. Nous avons dit qu'ils ne durent être tout d'abord que de simples traits, et la numération des Romains nous en a fourni une preuve. Mais en tirant trop à la légère une conclusion immédiate de ce fait hypothétique, quelques auteurs de nos jours ont prétendu que tous nos caractères numériques provenaient de dix transformations que l'on pouvait faire subir à la figure ci-jointe, en supprimant soit un ou plusieurs côtés, soit quelques portions des diagonales. Le dessin suivant montrerait, d'après cette hypothèse, les lignes tracées sur le chaton de la bague de Salomon, puis les dix figures tirées de cette combinaison de lignes : en arrondissant, dit-on, les angles de ces dix figures, on obtiendrait les dix chiffres dont nous nous servons. Quelque vraisemblable que paraisse



cette origine de nos chiffres, il faut reconnaître qu'il y a dans cette supposition plus d'ingéniosité que de vérité, et que l'on ne trouve dans aucun des écrivains qui ont traité cette matière la moindre allusion à un semblable procédé de formation des caractères numériques.

Ne regrettons d'ailleurs pas que les peuples aient plus

souvent présidé à la formation des signes et des termes employés dans les sciences que les savants eux-mêmes. Les anciens nommaient leurs éléments, avec le vulgaire, *eau, air, terre, feu*. Ce sont là des expressions concises, faciles à retenir; les savants modernes ont appelé les leurs *oxygène, hydrogène, phosphore*; mots de plusieurs syllabes, étrangers à notre langue, formant difficilement des composés. Les métaux primitivement connus furent le *fer, l'or, le cuivre, le zinc*; les derniers découverts par les chimistes sont l'*aluminium, l'osmium, le rubidium*, etc. Puis la nomenclature s'en mêlant, le *sel* est devenu du *chlorure de sodium*; la *craie* du *carbonate de chaux*, etc.; la *baleine* est un *mammifère cétacé ichthyophage*, et le *liseron des bois*, une plante *dicotylédone gamopétale* de la classe des *convolvulinées à étamines hypogynes*. Ce langage, malsonnant pour une oreille française, compliqué surtout par les combinaisons de radicaux à plusieurs syllabes, rend inabordable pour beaucoup l'étude de la physique, de la chimie, de l'histoire naturelle.

Mais il faut être juste envers les savants qui l'ont composé et qui n'ont eu que le tort de faire à la fois trop de découvertes et de réformes auxquelles ils attachaient des noms grecs ou latins. Les nomenclatures peuvent effrayer tout d'abord ceux qui abordent l'étude des sciences; mais elles rachètent bientôt à leurs yeux ce défaut par la clarté et la régularité qu'elles comportent. Elles n'arrêtent dans leurs travaux que les esprits superficiels; elles aident et guident, au contraire, vers de nouvelles découvertes ceux qui n'ont pas craint de surmonter les premières difficultés pour aborder l'étude si attrayante de la nature.

CHAPITRE II.

LE CALCUL MENTAL ET LES MACHINES A CALCULER.

SOMMAIRE. — Mathématiciens et calculateurs. — Grandemange, Mondeux et autres phénomènes vivants. — Le Boulrier compteur, l'abaque. — Table à calcul des aveugles. — Bâtons de Neper. — Règle de Gunther. — — Machines de Pascal, de Maurel, de Thomas, de Babbage.

Les premiers calculs furent faits avec de scailloux; cette opération avait, en effet, chez les Romains le nom de *calculus* (caillou), et chez les Grecs le mot compter *pséphisein* dérivait de *pséphos*, petite pierre. Le mot *calcul* a conservé encore en médecine sa signification primitive, puisqu'il désigne dans cette science les concrétions inorganiques ou les *pierres* qui se forment dans le corps de l'homme.

On conçoit que ces instruments de travail n'étaient guère plus propres que la numération que nous avons fait connaître dans le chapitre précédent, à conduire rapidement les mathématiciens aux résultats de leurs opérations; aussi durent-ils se passer, autant que possible, de tout objet matériel pour ne se servir que du calcul mental.

Il n'est pas de branche d'études plus utile et d'une application plus fréquente que cette dernière; mais le domaine des mathématiques est si vaste que les personnes qui s'y adonnent exclusivement trouvent plus agréable et plus utile de résoudre des difficultés théoriques, de rechercher la solution d'un problème que d'acquérir de la facilité dans le calcul de tête. Elles pensent avec une certaine raison que l'on arrivera toujours plus ou moins rapidement, soit par expérience acquise, soit par l'appli-

cation patiente des règles connues, à trouver le résultat d'une opération quelconque ou d'une série d'opérations, quelque longues qu'elles puissent être, mais qu'il n'est pas donné à tous de comprendre les savantes dissertations de Newton, de Descartes, de Laplace ou de Biot.

C'est à tort d'ailleurs qu'on se persuade généralement de la difficulté de ce genre de calcul, car les exemples ne manquent pas de personnes ne sachant ni lire ni écrire, obligées, par cela même, de compter par la pensée ou de retenir dans leur mémoire des résultats tout faits, qui exécutaient les opérations les plus compliquées avec une rapidité et une justesse extraordinaires. Il nous a été donné d'entendre en 1853, dans une séance publique, à Paris, le célèbre Grandemange, alors âgé de 18 ans, que ses infirmités physiques (il était né sans bras ni jambes) rendaient aussi intéressant que sa prodigieuse habileté à compter. Voici quelques-unes des questions qui lui furent posées :

En supposant l'année de 365 jours, combien de temps faudra-t-il à un boulet, qui ferait une lieue en 20 secondes, pour aller de la terre au soleil, en supposant cet astre à 34600000 lieues ? — La réponse exacte : 21 ans 344 jours 6 heures 12 minutes 20 secondes, ne se fit pas attendre deux minutes.

Quelle est la somme des 50 premiers nombres ? — Réponse immédiate, 1275. — Etc.

Henri Mondeux résolvait avec une égale facilité toutes les questions du même genre ; il pouvait, en outre, trouver instantanément le logarithme d'un nombre ou le nombre correspondant à un logarithme. Cette faculté tenait-elle plus à sa mémoire qu'à une méthode particulière qu'il avait imaginée pour calculer les logarithmes ? C'est ce que nous ne pourrions décider ; toujours est-il qu'elle lui permettait de dire de suite, sans efforts apparents, les puissances et les racines des nombres. Il énonça ainsi

la 21^e puissance de 13, qui est

247 064 529 073 450 392 704 413,

bien avant que ceux qui l'interrogeaient, le crayon à la main, eussent pu obtenir ce résultat.

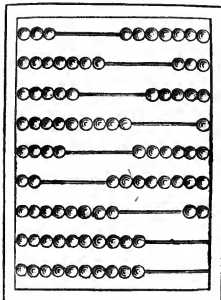
On cite des faits tout aussi surprenants de *Desforges*, de *Mangiamèle* et d'autres calculateurs célèbres, auxquels on attribue une aptitude toute particulière pour retenir et combiner des nombres (1).

La surprise que l'on éprouve en présence de tels faits provient surtout de ce qu'on est habitué à faire sur le papier tous les calculs dont on a besoin ; la plume a rendu l'esprit paresseux sous ce rapport. Mais il est très-probable que les calculateurs naturels doivent leur facilité à l'habitude qu'il ont prise de compter de mémoire et aux méthodes qu'ils ont imaginées pour s'aider dans ces opérations, tandis que, de notre côté, nous sommes empêchés par le défaut d'exercice. Ces prodiges si vantés, qui semblent, comme on dit vulgairement, nés avec la *bosse des mathématiques*, loin de devenir des hommes supérieurs dans la branche de connaissances pour laquelle la nature semble les avoir si bien doués, sont la plupart du temps incapables de saisir les théories d'un ordre un peu élevé ; leur intelligence même paraît rebelle à toute espèce d'enseignement, et les personnes qui ont entrepris quelquefois de les tirer de l'ignorance dans laquelle ils étaient plongés ont jugé bientôt leurs efforts stériles et ont été forcées de reconnaître que, s'il est utile à un mathématicien d'être bon calculateur, celui qui ne possède que cette dernière qualité ne deviendra un vrai savant que s'il est doué, en outre, du jugement, de l'intelligence et de l'imagination qui caractérisent toujours les hommes

(1) Voltaire, dont la science était universelle et dont le génie embrassait toutes les connaissances humaines, savait aussi par cœur les logarithmes des nombres.

de génie. En l'absence bien constatée de ces facultés, nous sommes forcé de considérer ces *phénomènes vivants*, moins comme des êtres supérieurs que comme de merveilleuses *machines à calculer*.

Dans les écoles primaires et les salles d'asile, on enseigne aux enfants les premières notions du calcul au moyen d'un tableau nommé *Boulier compteur* ou *abaque*, dont la construction est des plus simples.



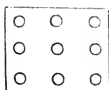
Il se compose d'un cadre de bois dans l'intérieur duquel sont tendues horizontalement 8 ou 10 tringles; sur chaque tringle glissent librement 10 boules. Celles de la première ligne représentent les unités, celles de la seconde les dizaines, et ainsi de suite. Pour écrire un nombre, on fait d'abord glisser toutes les boules vers la gauche, en inclinant l'appareil, puis

on fait revenir sur la droite et sur chaque tringle autant de boules qu'il faut d'unités de l'ordre que la tringle représente.

Ainsi notre dessin figurerait le nombre 2,861,437. On peut, à l'aide de cet appareil, effectuer très-vite les opérations fondamentales de l'arithmétique, surtout les additions. Il est très-usité en Russie, où presque toutes les classes de la société l'emploient à leurs calculs journaliers. L'abaque (du grec *abax*, table) était chez les anciens une table recouverte de sable fin sur laquelle on exécutait des opérations ou on traçait des figures de géométrie.

Au moyen âge on désigna sous ce nom ou sous celui de *table de Pythagore* tous les tableaux de calcul en général ; puis, plus spécialement, la table de multiplication. Enfin, de notre temps, on a étendu ce nom à divers tableaux servant à faciliter les opérations ou donnant immédiatement les résultats tout faits. L'*abaque* ou *compteur universel* de M. Léon Lalanne, en particulier, est une table qui fournit immédiatement et à simple vue le produit ou le quotient de deux nombres, leurs carrés, leurs racines, la circonférence et la surface d'un cercle de rayon connu, etc. Mais nous ne pouvons pas indiquer ici la construction de ce compteur ; jetons un coup d'œil sur quelques tables de construction ingénieuse, qui, sans donner les résultats tout écrits, facilitent leur recherche.

Le docteur anglais Saunderson, mathématicien aveugle, imagina pour l'usage des personnes qui étaient affligées de la même infirmité que lui un système ingénieux pour effectuer les opérations avec le sens du toucher. Il prenait quelques petites planchettes de bois, qu'il faisait percer de 9 trous disposés comme l'indique la figure suivante :



1	2	3
4	5	6
7	8	9

Chaque trou correspondait à un des 9 chiffres significatifs dans l'ordre où nous les avons écrits à côté, et, afin de désigner l'un de ces chiffres, il plaçait une petite cheville dans le trou qui lui correspondait. Pour écrire un nombre, il fallait employer autant de planchettes qu'il y avait de figures dans ce nombre, chacune d'elles gardant d'ailleurs, par rapport à ses voisines, le rang qu'occupait son chiffre dans le nombre lui-même.

Pour exécuter une opération quelconque au moyen de ces planchettes, il suffit de les ranger sur une table dans l'ordre et avec la disposition que l'on donnerait aux chiffres dans nos calculs ordinaires et d'opérer de même ; la notation seule est changée.

Exemple : Pour ajouter ensemble les nombres 763, 5124, 859, on disposera ces nombres et la somme 6746 comme on le voit dans ce tableau :

	0 0 0	0 0 0	0 0 0	
	0 0 0	0 0	0 0 0	
	0 0 0	0 0	0 0 0	
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	7 6 3
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	5 1 2 4
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	8 5 9
	0 0 0	0 0 0	0 0 0	
	0 0 0	0 0 0	0 0 0	6 7 4 6
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	

Le célèbre inventeur des logarithmes, Jean Napier ou Neper, fit connaître en 1617 un instrument de son invention qui facilite beaucoup les opérations de l'arithmétique. Il se compose d'une série de petites baguettes carrées en os, en buis ou en ivoire, qui ont environ 8 centimètres de long sur 8 millimètres de large. La face antérieure de chaque baguette est partagée en 9 petits carrés qui sont eux-mêmes divisés par une diagonale en deux triangles. Sur ces carrés on a gravé les colonnes successives de la table de multiplication, de telle manière que les unités ou chiffres de droite se trouvent dans le triangle de droite et les dizaines ou chiffres de gauche dans le triangle de gauche. Ces indications seront complétées par l'inspection de la figure ci-jointe :

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	$\frac{2}{2}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{10}{0}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{14}{4}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{18}{8}$	$\frac{20}{0}$
3	$\frac{3}{3}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{15}{5}$	$\frac{18}{8}$	$\frac{21}{1}$	$\frac{24}{4}$	$\frac{27}{7}$	$\frac{30}{0}$
4	$\frac{4}{4}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{20}{0}$	$\frac{24}{4}$	$\frac{28}{8}$	$\frac{32}{2}$	$\frac{36}{6}$	$\frac{40}{0}$
5	$\frac{5}{5}$	$\frac{10}{0}$	$\frac{15}{5}$	$\frac{20}{0}$	$\frac{25}{5}$	$\frac{30}{0}$	$\frac{35}{5}$	$\frac{40}{0}$	$\frac{45}{5}$	$\frac{50}{0}$
6	$\frac{6}{6}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{18}{8}$	$\frac{24}{4}$	$\frac{30}{0}$	$\frac{36}{6}$	$\frac{42}{2}$	$\frac{48}{8}$	$\frac{54}{4}$	$\frac{60}{0}$
7	$\frac{7}{7}$	$\frac{14}{4}$	$\frac{21}{1}$	$\frac{28}{8}$	$\frac{35}{5}$	$\frac{42}{2}$	$\frac{49}{9}$	$\frac{56}{6}$	$\frac{63}{3}$	$\frac{70}{0}$
8	$\frac{8}{8}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{24}{4}$	$\frac{32}{2}$	$\frac{40}{0}$	$\frac{48}{8}$	$\frac{56}{6}$	$\frac{64}{4}$	$\frac{72}{2}$	$\frac{80}{0}$
9	$\frac{9}{9}$	$\frac{18}{8}$	$\frac{27}{7}$	$\frac{36}{6}$	$\frac{45}{5}$	$\frac{54}{4}$	$\frac{63}{3}$	$\frac{72}{2}$	$\frac{81}{1}$	$\frac{90}{0}$

Supposons qu'à l'aide de ces tablettes on veuille multiplier 59437 par 2876. Nous prendrons les règles qui portent en tête les chiffres du multiplicande, et nous les mettrons côte à côte dans l'ordre voulu ; nous placerons à gauche du tableau ainsi formé la règle-index de gauche qui porte les 9 premiers chiffres. Puis nous opérerons de la façon suivante :

Nous considérons d'abord la colonne horizontale vis-à-vis du chiffre 6, parce que c'est le premier du multiplicateur, et dans cette ligne nous additionnons, en allant de droite à gauche, les chiffres de chaque losange. On trouve d'abord 2, puis $4 + 8 = 12$; j'écris 2 et retiens 1 ; $1 + 4 = 5$ et 1 retenu 6 ; $2 + 4 = 6$; $5 + 0 = 5$; 3. J'obtiens ainsi le premier produit partiel, 356622. Je me reporte ensuite à la ligne qui suit le second chiffre du multiplicateur 7, et je dis de même : 9 ; $4 + 1 = 5$; $8 + 2 = 10$, j'écris 0 ; $2 + 3 + 1 = 6$; $6 + 5 = 11$, j'écris 1 ; $1 + 3$

= 4; d'où le second produit partiel est 416059. On con-

1	5	9	4	3	7
2	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{1}$
4	$\frac{2}{0}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{8}$
5	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$
6	$\frac{3}{0}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{2}$
7	$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{4}{9}$
8	$\frac{4}{0}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{5}{6}$
9	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{5}$

$$\begin{array}{r}
 3\ 5\ 6\ 6\ 2\ 2 \\
 4\ 1\ 6\ 0\ 5\ 9 \\
 4\ 7\ 5\ 4\ 9\ 6 \\
 1\ 1\ 8\ 8\ 7\ 4 \\
 \hline
 1\ 7\ 0\ 9\ 4\ 0\ 8\ 1\ 2
 \end{array}$$

tinue de même pour tous les chiffres du multiplicateur, puis on additionne comme dans le cas ordinaire. Si l'on est possesseur d'un système de ces *bâtons de Néper*, on voit qu'on peut obtenir sûrement et rapidement un produit considérable sans faire d'autre opération que l'addition. Nous répondrons immédiatement aux objections qui pourraient être faites dans le cas où le multiplicande aurait plusieurs chiffres pareils, en ajoutant que M. Hélié a apporté à cet appareil un perfection-

nement aussi simple qu'ingénieux en remplaçant les baguettes détachées par des cylindres à dix pans dont les extrémités à pivot sont engagées dans un cadre de bois. Chaque pan d'un cylindre porte en tête un des neuf premiers nombres et au-dessous les nombres correspondants, comme dans les planchettes. Des boutons placés au-dessous du cadre et invariablement liés aux cylindres permettent de faire paraître en tête la série des chiffres voulus et d'opérer immédiatement.

La *Règle à calculs* de Gunther consiste en une planchette portative sur l'une des faces de laquelle se trouvent trois échelles ou divisions tracées dans le sens de la lon-

gueur. La division du milieu étant tracée sur une réglette à coulisse, peut avancer ou reculer par rapport aux deux autres qui sont fixes. Ces divisions sont d'ailleurs proportionnelles aux logarithmes des nombres, et correspondent à la série naturelle 1, 2, 3, 4, etc. On peut lire ainsi les nombres jusqu'à 1000. Au delà on ne les a qu'avec une approximation d'autant moins grande que le nombre a plus de chiffres. En se reportant aux propriétés des logarithmes, on comprend que, pour avoir le produit de deux nombres, il suffit de mettre bout à bout les longueurs correspondantes aux logarithmes des facteurs, ce qui se fait aisément avec la réglette glissante. La division, les élévations de puissances et les extractions de racines se trouvent immédiatement par un procédé aussi simple; enfin la face opposée de la *Règle* fournit un tableau des renseignements les plus usuels. Nous n'insisterons pas davantage sur la description et l'usage de ce petit instrument bien connu, et nous dirons encore quelques mots, pour compléter notre sujet sur les machines à calculer proprement dites. Nous désignons plus spécialement sous ce nom les appareils qui, par une disposition mécanique spéciale, laissent apparaître en un point déterminé les chiffres correspondants au résultat demandé. Il nous est difficile, sans sortir du cadre que nous nous sommes fixé, de décrire clairement ces machines dont le mécanisme est souvent fort compliqué; nous nous bornerons donc à donner une idée des principes qui servent à leur construction.

La première de ces machines fut construite par Pascal, qui l'inventa en 1642, à l'âge de 19 ans. Elle était très-compliquée; aussi Leibnitz et quelques autres géomètres ont-ils cherché à la simplifier. Le docteur Roth y a assez heureusement réussi. Le système général se compose d'une série de roues à rochet ne pouvant tourner que dans un sens. Il y a autant de ces roues que d'ordres

d'unités dans le plus grand nombre qui puisse être écrit, et chacune des dents correspond aux différents chiffres, 1, 2, 3, 4, etc., qui apparaissent successivement dans une ouverture spéciale de l'instrument. En outre, à chaque révolution complète de l'une des roues, un taquet fait marcher d'une dent la roue correspondant aux unités de l'ordre supérieur, ce qui permet de faire une addition quelconque. La soustraction s'effectue par un système de chiffres placés dans l'ordre inverse sur chacune des roues, de façon que la somme des deux chiffres voisins soit constamment égale à 9. On retrouve cette disposition mécanique dans les compteurs à gaz et les divers compteurs de machines.

L'*Arithmaurel* de Maurel et Jayet, et l'*Arithmomètre* de Thomas (de Colmar) sont d'invention récente et ont figuré dans nos dernières expositions industrielles. Cette dernière machine a été perfectionnée au point qu'elle permet de multiplier l'un par l'autre des nombres de 8 chiffres en 18 secondes; de diviser 16 chiffres par 8 chiffres en 24 secondes et d'extraire la racine carrée d'un nombre de 16 chiffres en moins d'une minute. Ces résultats s'obtiennent par un système de roues et de pignons numérotés, dont les rapports de vitesse correspondent précisément aux différents chiffres du multiplicande et du multiplicateur.

La grande machine de Babbage mérite aussi une mention spéciale. Elle avait été entreprise par le savant anglais que nous venons de citer sur l'invitation de son gouvernement et devait se composer de deux parties distinctes : l'une pour calculer, l'autre pour enregistrer les résultats. La construction de la première partie, commencée en 1821, était à peu près achevée en 1833; elle était d'une perfection admirable. La seconde n'était qu'à moitié, et déjà la dépense totale s'élevait à la somme de 425,000 fr. Comme le complet achèvement de la machine eût au

moins exigé le double de cette somme, on dut renoncer à la terminer. On raconte aussi qu'un pâtre irlandais nommé Burn, célèbre calculateur mental, alla visiter la machine de Babbage et proposa à son auteur de lutter avec elle de rapidité. Or, le pâtre ayant terminé ses opérations plus promptement que la machine, l'inventeur jugea son travail de si peu de valeur et fut pris d'un tel découragement qu'il abandonna complètement son œuvre et la laissa inachevée.

Tous les appareils et toutes les machines qu'on pourra encore inventer pour simplifier les calculs seront plutôt des objets de curiosité que des instruments d'une utilité réelle; le calcul mental, dont nous avons d'abord dit quelques mots et qui est à la portée de tous, les remplacera avec avantage. Les *barèmes* et les *abaques*, enregistrant des résultats d'un usage fréquent, rendront toujours de grands services dans les applications industrielles et dans le commerce, par l'économie de temps qu'ils procurent.

CHAPITRE III.

DIVERSES COMBINAISONS ET PROPRIÉTÉS DES NOMBRES.

SOMMAIRE. — Écriture et arithmétique secrètes. — Addition et soustraction simultanées. — Multiplication par les doigts. — Multiplication abrégée. — Division abrégée. — Extraction abrégée des racines. — Particularités des nombres. — Nombres parfaits, triangulaires, polygones, pyramidaux, etc.

L'habitude du calcul fait imaginer, à ceux qui s'en occupent et qui ont quelques notions de la théorie des opérations, des moyens de simplification qui réduisent considérablement le travail et le rendent plus sûr. Mais peu de personnes communiquent leurs procédés ; les opérations abrégées ne sont citées dans les ouvrages spéciaux que comme des curiosités intéressantes reléguées dans les appendices. Elles peuvent être pourtant d'un utile secours dans un grand nombre de cas ; aussi rappellerons-nous ici les méthodes expéditives de calcul les plus usitées, en même temps que quelques propriétés curieuses des nombres. Comme nous ne prétendons pas d'ailleurs faire un traité de mathématiques et que, nous conformant à notre titre, nous sommes forcé, en maintes circonstances, de sacrifier l'utile à l'agréable, la théorie à la pratique, nous nous contenterons d'indiquer les méthodes ou de citer les faits, sans entrer dans des explications qui nous entraîneraient trop loin ou que nos lecteurs trouveront sans notre secours.

Écriture et arithmétique secrètes.

Les commerçants, pour cacher au public le prix réel de leurs marchandises, les marquent souvent en lettres ou

en caractères étrangers. Ils prennent, par exemple, le mot BOULANGERS et donnent successivement à chaque lettre la valeur respective 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0. Les lettres se comporteront d'ailleurs comme les chiffres dans notre numération; elles auront par conséquent une valeur absolue et une valeur relative. Ainsi, s'il s'agit de marquer un objet 25 francs, on écrira, d'après la convention que nous venons de faire, O A; les nombres 2,75 38 44 190 s'écriront de même : O,GA UE LL BRS. Rien de plus aisé que de découvrir, en général, la *clef* de cette écriture, si l'on parvient à se faire donner la signification de deux ou trois marques.

On emploie aussi des alphabets de convention pour établir des correspondances secrètes. Cette fois ce sont les chiffres qui remplacent les lettres, avec l'aide de caractères étrangers qui complètent les 24 signes de notre alphabet. Il est des cas où on intervertit l'ordre des lettres elles-mêmes et où l'on convient de prendre l'une pour l'autre. On comprend que les combinaisons que l'on peut faire de cette manière, soit pour écrire des nombres, soit pour les correspondances, sont en nombre infini. Aussi n'exposerons-nous aucun système particulier; tout le monde peut en imaginer de plus ou moins compliqués. Mais ce que nous pouvons dire, c'est que la *clef* de ces sortes d'écritures échappe difficilement aux investigations des experts qui se chargent, pour le compte des tribunaux, de dévoiler de coupables manœuvres en déchiffrant les correspondances secrètes qui attestent leur existence et leur but.

Avec un peu de patience et de sagacité, chacun pourra acquérir une habileté semblable. On trouvera d'ailleurs de précieux avis sur cette matière dans un petit roman, aussi bizarre qu'intéressant, *le Scarabée d'or*, que l'humoristique écrivain américain, Edgard Poë, a classé dans ses *Histoires extraordinaires*.

Additions et soustractions simultanées.

Supposons que de la somme des nombres écrits en A on veuille soustraire la somme des nombres écrits en B. On ajoutera d'abord les nombres de la première colonne

	56243	d'en bas en disant : 8 et 4 12 et 2
A	84564	14 que l'on ôtera de la dizaine supé-
	3253	rieure 20. Le reste 6 sera ajouté à la
	<u>26848</u>	somme de la colonne supérieure en
	2942	disant : 6 et 8 14 et 2 16 et 4 20 et
B	3654	3 23. On écrira 3 en bas ; mais
	<u>2308</u>	puisqu'il y a ici 2 dizaines comme
	162003	au milieu de l'opération, on ne re-

tiendra rien.

Continuons de même pour la seconde colonne : 0 et 5 5 et 4 9, de 10 reste 1, et 4 5 et 5 10 et 6 16 et 4 20, j'écris 0 en bas ; et comme cette fois il y a 2 dizaines, tandis qu'on n'en avait qu'une en B, on retient 1, qu'on ôtera de la colonne suivante en B. Il faudrait, au contraire, ajouter cette différence si le nombre de dizaines trouvé en A était inférieur au nombre trouvé en B. On continuera donc en disant : 2 (et non 3) et 6 8 et 9 17, de 20 reste 3, et 8 11 et 2 13 et 5 18 et 2 20 ; je pose 0 et ne retiens rien, etc. Quand la différence ne pourra être ôtée d'en bas, comme il arrive ici à la 5^e colonne, on l'ajoutera en haut et l'on continuera l'opération.

 Multiplication par les doigts.

La meilleure méthode pour obtenir le produit de deux nombres composés chacun d'un seul chiffre consiste évidemment à apprendre par cœur la table de multiplication. Le procédé que nous donnons ici est donc plus

curieux qu'utile ; il suppose d'ailleurs que l'on a pu retenir les produits des 5 premiers nombres 2 à 2 et ne peut servir que pour ceux des 4 derniers.

Cela posé, supposons qu'on vous propose de multiplier 6 par 8. Prenez d'abord la différence, 4, de 6 à 10 et fermez 4 doigts de la main gauche, les autres étant levés ; prenez ensuite la différence, 2, de 8 à 10 et baissez 2 doigts de la main droite, les autres restant levés. Prenez la somme $1 + 3 = 4$ des doigts levés et vous aurez les dizaines du résultat, tandis que le produit $4 \times 2 = 8$ des doigts baissés donnera les unités de ce même résultat, 48.

Nous dirons, en règle générale, qu'il faut prendre la différence à 10 de chacun des deux nombres donnés, que le produit de ces différences, désignées par les doigts baissés de chaque main, donnera les unités du résultat, tandis que la somme des doigts levés donnera les dizaines.

Multiplications abrégées.

— Pour multiplier un nombre par 11, il suffit d'écrire ce nombre deux fois sous lui-même en reculant la seconde ligne d'un rang à gauche, puis d'additionner. Soit à multiplier 560742 par 11, on écrira immédiatement :

$$\begin{array}{r} 560742 \\ 560742 \\ \hline 6168162 \end{array}$$

— On peut étendre la règle précédente à la multiplication d'un nombre quelconque par un multiplicateur composé de l'unité précédée ou suivie d'un autre chiffre significatif. Veut-on, par exemple, obtenir le produit de 68714 par 71, on écrira immédiatement sous le nombre

68714 son produit par 7 reculé d'un rang à gauche ; le calcul prend alors la forme suivante :

$$\begin{array}{r} 68714 \\ 480998 \\ \hline 4878694 \end{array}$$

S'il s'était agi de multiplier le même nombre, non plus par 71, mais par 17, au lieu de reculer le produit par 7 d'un rang à gauche, il aurait fallu l'avancer d'un rang à droite, et le calcul aurait donné :

$$\begin{array}{r} 68714 \\ 480998 \\ \hline 1168138 \end{array}$$

— On peut transformer avec avantage, dans un grand nombre de cas, une division en multiplication et réciproquement. Ainsi, en remarquant que $4 \times 25 = 100$ et que $8 \times 125 = 1000$, nous voyons qu'au lieu de multiplier un nombre par 25 on peut, plus simplement, le multiplier par 100 et prendre le quart du produit. Ainsi, soit proposé de multiplier

3492 par 25

On écrira de suite :

$$349200 : 4 = 87200.$$

Au contraire, pour diviser un nombre par 25, on le divisera par 100 au moyen d'une virgule, et on multipliera le résultat par 4. Exemple :

$$3492 : 25 = 34,92 \times 4 = 139,68.$$

Pour multiplier un nombre par 125, on le multiplie par 1000 et on prend le 8^e du résultat. Exemple :

$$39871 \times 125 = 39871000 : 8 = 4983875$$

Pour diviser un nombre par 125, il faut séparer sur sa droite trois chiffres par une virgule, et multiplier le résultat par 8. Exemple :

$$5278 : 125 = 5,278 \times 8 = 42,204.$$

— La division par le nombre incommensurable π est toujours longue et pénible. On substitue avec avantage à cette opération la multiplication par $\frac{1}{\pi}$. Or, ce nombre

$\frac{1}{\pi} = 0,3183098\dots$ est très-facile à retenir au moyen d'une phrase qui n'a d'importance qu'au point de vue mnémotechnique, sa signification historique étant tout à fait de fantaisie : *Les 3 journées de 1830 ont renversé 89 (98)*. Une application fera mieux saisir l'avantage de ce procédé. Supposons qu'on ait à trouver le rayon d'une circonférence dont la longueur est 10 mètres. On sait qu'en pareil cas il faut diviser la longueur de cette circonférence par 2π ou la moitié de la circonférence par π . Nous aurions donc ici à diviser 5 par π . Mais, d'après ce qui vient d'être dit, il nous suffira d'écrire : $0,3183098 \times 5 = 1,5915490$, et nous aurons de suite le résultat cherché avec une grande approximation.

— Donnons enfin une méthode générale pour exécuter les multiplications, dans le cas assez fréquent où les deux facteurs ont un grand nombre de chiffres décimaux, et où l'on ne désire avoir le produit qu'avec une approximation déterminée.

Soit proposé d'obtenir le produit $2762,58310 \times 43,725249$ à 0,01 près. J'écris d'abord le multiplicande, et, au-dessous du chiffre de ce multiplicande situé deux rangs à droite de celui qui indique l'approximation, j'écris le chiffre des unités du multiplicateur. Dans le cas présent, l'approximation est indiquée par les centièmes ; elle est au rang du chiffre 8 du multiplicande ; deux rangs plus

loin est le chiffre 1, sous lequel j'écris les 3 unités du multiplicateur,

$$\begin{array}{r}
 2762,58310 \\
 942,52734 \\
 \hline
 1105033240 \\
 82877493 \\
 19338081 \\
 552516 \\
 138125 \\
 5524 \\
 1104 \\
 243 \\
 \hline
 120794,6326
 \end{array}$$

Puis, prenant ce chiffre comme point de départ, j'écris tous les autres chiffres de ce multiplicateur dans un ordre inverse : ainsi le 4 qui était à gauche du 3 se place à droite et inversement.

Je multiplie ensuite le multiplicande par chaque chiffre du multiplicateur, en commençant seulement, dans le premier, par le chiffre qui est immédiatement au-dessus de celui par lequel on multiplie. Ainsi le produit partiel par 7 s'obtient en disant 7 fois 3, puis 7 fois 8, puis 7 fois 5, etc. ; le produit par 5, en disant 5 fois 5, puis 5 fois 2, puis 5 fois 6, etc.

Tous les premiers chiffres de chaque produit partiel doivent être écrits sur une même colonne verticale.

Enfin, après l'addition, on supprimera les deux derniers chiffres à droite, qui sont 26 dans ce cas, et le reste du produit sera le résultat avec l'approximation désirée.

Dans l'exemple ci-dessus, le produit véritable serait 120794,6339306919.

Division abrégée.

Nous avons vu, dans le paragraphe précédent, comment

on peut avec avantage, dans certains cas, transformer une division en multiplication. Nous donnerons aussi une règle de division abrégée fort commode dans les calculs d'approximation.

Pour obtenir, à moins d'une unité déterminée, le quotient de deux nombres décimaux, déterminez d'abord le nombre des chiffres que l'on doit obtenir au quotient ; écrivez le diviseur à sa place ordinaire en prenant deux chiffres de plus qu'on ne doit en avoir au quotient. Si le diviseur n'a pas ce nombre de chiffres, ajoutez autant de zéros qu'il sera nécessaire. S'il en a davantage, supprimez tous ceux qui sont en plus sur la droite.

Prenez le premier dividende partiel, comme à l'ordinaire, ainsi que le premier chiffre du quotient. Mais au lieu d'abaisser à droite du premier reste le chiffre suivant du dividende, effacez un chiffre à droite du diviseur et continuez ainsi la division en laissant les chiffres du dividende non employés et en effaçant toujours un chiffre à droite du diviseur pour chaque chiffre du quotient, jusqu'à ce qu'on ait, à celui-ci, le nombre de figures fixé d'avance.

Exemple : soit proposé de diviser, à un millièmè près, 9278734,954786729 par 38473,54274584.

Le nombre des chiffres entiers du quotient est 3, car le dividende est compris entre 100 fois et 1000 fois le diviseur. Comme on doit pousser ce quotient jusqu'aux millièmes, il aura aussi 3 chiffres décimaux ou, en tout, 6 chiffres. Je n'en écris donc que 8 au diviseur.

$$\begin{array}{r} 92787349.54786,729 \quad | \quad 38473542.74584 \\ 15840265 \\ 450849 \\ 66114 \\ 27641 \\ 712 \\ 328 \end{array}$$

et je supprime le reste. Le premier dividende partiel est 92787349, le premier chiffre du quotient 2, et le premier reste qui sera aussi le second dividende partiel est 15840265. Au lieu d'abaisser à droite 5 et les chiffres suivants du dividende devenus inutiles, je barre le 2 à droite du diviseur qui se réduit à 3847354. Ainsi de suite ; une fois les 6 chiffres du quotient obtenus, j'en sépare 3 par une virgule et j'ai 241,171 pour le quotient cherché.

Extraction abrégée des racines.

— Rappelons que les carrés des 9 premiers nombres sont :

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81.

Cela posé, veut-on avoir la racine carrée d'un nombre quelconque, 29378 par exemple, je le sépare en tranches de deux chiffres 2. 93. 78 ; il y a trois tranches, il y aura donc 3 chiffres à la racine ; de plus, le premier chiffre de cette racine sera 1, car telle est la racine carrée de 2.

Divisons maintenant 29378 par un nombre de 3 chiffres commençant par 1, 158 par exemple ; le quotient est 185. 158 n'est donc pas la racine cherchée, puisque tout carré divisé par sa racine doit donner cette même racine. Mais ce sera la demi-somme du diviseur arbitraire 158 et du quotient correspondant 185, c'est-à-dire 171.

Si nous avons pris pour diviseur 162, nous aurions eu pour quotient 181. La demi-somme est encore 171.

On doit rejeter tout résultat provenant d'une division dont le quotient différerait trop du diviseur. On sera d'ailleurs sûr du résultat lorsqu'en divisant le nombre proposé par le nombre trouvé, on trouvera au quotient ce même nombre.

La racine carrée de 594372 aurait 3 chiffres ; son pre-

mier à gauche serait 7, puisque c'est la racine carrée de 59. Essayons la division de 594372 par 760, par exemple; elle donne au quotient 782; la moyenne est 771; c'est aussi la racine carrée du nombre proposé.

— Les cubes des 9 premiers nombres sont :

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	8	27	64	125	216	343	512	729

Cela posé, il nous est facile de trouver un procédé analogue à celui que nous venons d'indiquer pour obtenir la racine cubique d'un nombre proposé.

Soit à extraire la racine cubique de 29378. Nous le séparons en tranches de 3 chiffres : 29.378. Il n'y a que deux tranches, donc il n'y aura que deux chiffres à la racine. D'ailleurs, la racine cubique de 29 est 3; divisons donc le nombre proposé par un diviseur arbitraire de 2 chiffres dont le premier soit 3, 32 exemple. Nous aurons pour premier quotient 918. Divisons encore 918 par 32; le nouveau quotient est 28; prenons enfin la moyenne entre les deux diviseurs 32, 32 et le dernier quotient 28, cette moyenne *par excès* 31 sera aussi la racine cubique du nombre proposé 29378.

Autre exemple : soit à extraire la racine cubique de 452.863.057. Il y aura 3 chiffres à la racine et le premier est 7. Divisons le nombre donné par 762, par exemple; le premier quotient est 594308. Divisons ce résultat par le même diviseur 762, le quotient est 779. Le tiers de la somme $762 + 762 + 779 = 2303$ où 767 est la racine cubique cherchée.

Il faudrait rejeter ce nombre si le dernier quotient différait trop du diviseur arbitraire. On reconnaîtra d'ailleurs qu'il est exact si, en divisant deux fois le nombre proposé par ce résultat, le quotient final est égal au résultat trouvé.

Si l'on voulait avoir une racine quatrième, on ferait

3 divisions successives par un nombre arbitraire, et en additionnant les trois diviseurs et le dernier quotient, on aurait le quadruple du résultat. Ainsi de suite pour tous les degrés.

De quelques propriétés des nombres

Si l'on prend deux nombres quelconques au hasard, l'un des deux, sinon leur somme ou leur différence, est divisible par 3. Soient pris 6 et 5, 6 est divisible par 3. Si on choisit 7 et 13, la somme 20 n'est pas divisible par 3, mais la différence 6 le sera. Enfin ni 8 ni 13 ne sont divisibles par 3, leur différence 5 ne l'est pas non plus, mais la somme 21 l'est exactement.

Si d'un nombre quelconque, 826407 par exemple, on retranche le nombre formé par les mêmes chiffres écrits dans l'ordre inverse, la différence, 121779, sera toujours divisible par 9.

Le nombre 37 est tel que, multiplié par chacun des nombres 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, qui sont en progression arithmétique, tous les produits sont composés de chiffres semblables, comme l'indique le tableau suivant :

37	37	37	37	37	37	37	37	37
3	6	9	12	15	18	21	24	27
111	222	333	444	555	666	777	888	999

De plus, la somme des chiffres du produit est égale au multiplicateur.

Le nombre 12345679 est tel que si on le multiplie par 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, le produit sera composé

de 9 chiffres pareils, égaux à la différence entre le multiplicateur et la dizaine supérieure.

Ainsi $12345679 \times 54 = 666\ 666\ 666$. ($60 - 54 = 6$).

Tout nombre qui est un carré parfait est terminé par l'un des 5 chiffres : 1, 4, 5, 6, 9, ou par 2 zéros; dans ce dernier cas, il est nécessaire que le chiffre significatif qui précède les 2 zéros soit un de ceux que nous venons d'indiquer.

Les deux nombres 5 et 6 sont tels que toutes leurs puissances sont terminées par les mêmes chiffres. Celles du premier nombre sont en effet : 5, 25, 125, 625, etc. Celles du second sont 6, 36, 216, 1296, etc.

On appelle *nombre parfait* ceux qui, comme 6 et 28, sont égaux à la somme de leurs diviseurs. Ainsi $6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Ces nombres sont très-rares, car il n'y en a qu'un de 1 à 10, un de 10 à 100, un de 100 à 1,000, etc. Leurs derniers chiffres sont alternativement 6 et 8. On les trouve d'une manière assez simple pour que nous puissions la donner ici. Écrivez la série.

2	4	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048.
2×3	4×7	16×31	64×127	256×511	1024×2047						
6	28	496	8128	130816	2096128						

Cette série forme une progression double. Dans chaque groupe, diminuez d'une unité le second nombre et multipliez le résultat par le premier, vous aurez le nombre parfait correspondant.

La somme de deux nombres qui diffèrent de l'unité est égale à la différence de leurs carrés.

Exemple : $7 + 8 = 15$, $64 - 49 = 15$.

On appelle *nombres triangulaires* ceux que l'on obtient en additionnant quelques nombres consécutifs à partir de 1 dans la série naturelle : 1 2 3 4 5 6 7 8... etc. 21 est un nombre triangulaire, parce qu'il est égal à la somme $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$, et le côté du nombre sera 6. Leur nom vient de ce que, pour ce dernier nombre par exemple, on peut disposer 21 points en un triangle équilateral, en ayant 6 sur chaque côté.



On peut retrouver d'ailleurs ces nombres dans le triangle arithmétique de Pascal.

Tout nombre triangulaire multiplié par 8 et augmenté de 1 donne un carré parfait. Ainsi $55 \times 8 + 1 = 441$, qui est le carré de 21.

Le côté d'un nombre triangulaire s'obtient en prenant la plus petite moitié de la racine carrée que nous venons de trouver. Ainsi 10 moitié la plus petite de 21 est le côté de 55. On a en effet

$$55 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.$$

En prenant la progression arithmétique 1 3 5 7 9 11

13 15, on obtiendra, par l'addition des 2, des 3, des 4, etc., premiers termes, la série 1 4 9 16 25 36, etc., qui forme les nombres *quadrangulaires* ou *carrés*; cette dénomination est justifiée par les figures ci-dessous :

Figure 1 shows the first five rows of Pascal's triangle. The rows are labeled 1, 4, 9, 16, and 25 at the top. The entries are represented by dots. Row 1 has 1 dot. Row 4 has 4 dots. Row 9 has 9 dots. Row 16 has 16 dots. Row 25 has 25 dots. The dots are arranged in a triangular pattern, with each row having one more dot than the previous row.

Écrivons la série des carrés des nombres sur une ligne horizontale, puis prenons les différences de ces carrés que nous écrirons au-dessous; prenons encore la différence des différences : nous aurons :

[illegible]

Les deuxièmes différences sont égales.

Ecrivons de même la série des cubes des nombres et prenons successivement les différences.

[illegible]

Il faut prendre 3 fois la différence pour trouver le nombre constant 6. Nous verrions ainsi que pour les 4^e, 5^e, 6^e, etc., puissances, il faut prendre 4, 5, 6; etc., fois la différence pour arriver à un nombre constant.

La progression arithmétique 1 4 7 10 13 16, dont la raison est 3 donnera aussi, pour la somme de 2, de 3, de

4, etc., de ses termes, la série 1 5 12 22 35 51 70 qui nous présente les nombres dits *pentagones*. Cette dénomination est aussi justifiée par les figures que l'on peut former en distribuant uniformément ces mêmes nombres de points sur le contour d'un pentagone et sur les diagonales issues d'un même sommet.

On formerait de même les séries des autres *nombres polygones*.

Enfin en additionnant de la même manière les nombres des séries triangulaires et polygonales on formerait les *nombres Pyramidaux* que nous ne ferons que mentionner.

CHAPITRE IV

PROBLÈMES CÉLÈBRES.

SOMMAIRE. — Achille et la tortue. — La couronne d'Hiéron. — Massacre de Turcs au profit de chrétiens. — Problème des échecs. — Problèmes impossibles.

Achille et la Tortue.

On suppose qu'Achille *au pied léger* aille dix fois plus vite qu'une tortue qui aurait une lieue d'avance. On demande s'il est possible qu'Achille atteigne cette tortue et à quelle distance.

Ce problème nous fournit l'occasion de rappeler un de ces faux raisonnements nommés *sophismes* qui ont toute l'apparence de l'exactitude pour les esprits superficiels, mais dont un esprit juste et sain découvre facilement le côté vicieux.

Zénon, chef d'une école de philosophes grecs célèbres, nommés Stoïciens, prétendait qu'Achille ne pourrait jamais atteindre la tortue malgré sa légèreté à la course, et voici sur quel raisonnement il basait son opinion : Tandis qu'Achille, disait-il, fera la première lieue qui le sépare de la tortue, celle-ci fera le dixième de la seconde lieue ; mais tandis qu'Achille va parcourir ce dixième pour attraper l'animal, celui-ci aura avancé encore d'un dixième de dixième ou d'un centième, et ainsi de suite. Il semble donc qu'Achille doive toujours être en retard de $\frac{1}{100}$ de $\frac{1}{1000}$ de $\frac{1}{10000}$, etc., de lieue. En sorte qu'il n'attrapera jamais la tortue.

est très-aisé de se convaincre, pourtant, que l'habile

coureur atteindra son but ; car, s'il est vrai que lorsqu'Achille aura fait une lieue, la tortue est en avance sur lui d'un dixième de lieue, lorsqu'il aura parcouru deux lieues la tortue n'aura fait que deux dixièmes de lieue, c'est-à-dire qu'elle sera dépassée de huit dixièmes. Elle aura donc été atteinte.

D'où vient donc l'erreur de Zénon ? Elle provient de ce qu'il supposait faussement que tous les dixièmes réunis composaient un espace infini ; tandis que si l'on fait, au contraire, la somme de tous les espaces successivement parcourus par Achille d'après le raisonnement de Zénon, c'est-à-dire la somme des termes d'une progression géométrique dont le premier terme est 1, la raison $\frac{1}{10}$ et le nombre des termes infini, on arrivera à trouver 1 lieue et $\frac{1}{9}$, qui est le résultat cherché.

La solution la plus simple est la suivante :

La distance qui sépare les deux coureurs est de une lieue. Pour qu'ils se rencontrent, il faut que cette distance diminue d'autant. Or, pour une lieue parcourue par Achille, la distance diminue de $\frac{9}{10}$ de lieue ; pour qu'elle devienne nulle, il faut qu'Achille parcoure autant de lieues que $\frac{9}{10}$ est contenu de fois dans 1, c'est à dire $\frac{10}{9}$ ou 1 lieue et $\frac{1}{9}$.

La couronne du roi Hiéron.

Vitruve rapporte que le roi Hiéron de Syracuse, voulant faire faire une couronne d'or d'un poids considérable, en donna la matière à un orfèvre. La couronne fut travaillée avec un art exquis et lorsque l'ouvrier la rapporta au roi, celui-ci trouva qu'elle avait exactement le poids de l'or

qu'il lui avait confié. Il se douta pourtant qu'il avait été trompé et que l'on avait substitué au métal précieux quelques parties d'argent.

Mais comment le reconnaître sans déformer ni altérer un si beau travail? Archimède fut appelé à découvrir la fraude, si elle avait été commise. Cet habile mathématicien n'y réussit pas tout d'abord; constamment préoccupé de la question que lui avait posée le roi, il se rendit au bain et là, par une inspiration subite, en sentant son corps soulevé par la poussée de l'eau il découvrit le fameux principe d'hydrostatique qui porte son nom et qui devait le conduire à la solution désirée. Il fut si heureux de cette découverte que, sans reprendre les vêtements qu'il avait quittés, il s'élança comme un fou par les rues de la ville en criant : *Ευρηκα!* (J'ai trouvé!) Or voici ce qu'Archimède avait trouvé :

Tout corps plongé dans l'eau y perd une partie de son poids égale au poids de l'eau qu'il déplace. Donc l'or étant 19,25 fois plus lourd que l'eau, perd dans ce liquide $\frac{1}{19,25}$ de son poids; l'argent pesant 10,47 fois

plus que l'eau perd $\frac{1}{10,47}$ de son poids. Cela posé, supposons que sur 1000 gr. un lingot composé d'or et d'argent plongé dans l'eau perde 58 gr.; s'il était tout en or, il devrait perdre $\frac{1000}{19,25} = 51$ gr., 904. Mais le lingot

perdant davantage doit avoir un volume plus grand et déplacer plus d'eau; il contient donc de l'argent en suffisante quantité pour faire une différence de $58 - 51,904 = 6$ gr., 096. Or chaque fois qu'on remplace 1 gr. d'or par un gramme d'argent, la perte de poids augmente de $\frac{1}{10,47} - \frac{1}{19,25} = 0,044$. On a donc fait cette substitution autant de fois que 0,044 est contenu dans 6,096

ou 138 fois. Dans le lingot de 1000 gr. Il y a donc

Or : 862 grammes

Argent : $\frac{138}{1000}$

Comment la science des nombres peut tirer d'un mauvais pas.

Quinze chrétiens et quinze Turcs se trouvant sur mer dans un même vaisseau, il survient une furieuse tempête. Après avoir jeté à l'eau toutes les marchandises, le pilote dit que le vaisseau sombrera si l'on ne jette à l'eau la moitié des passagers. On décide alors que l'on tirera au sort ceux qui doivent être sacrifiés; mais le pilote qui est chrétien veut protéger ses coreligionnaires et, faisant ranger tous les passagers sur le pont, il déclare qu'il va compter de neuf en neuf en continuant jusqu'à 15 fois 9, et que tous ceux que le sort désignera devront être immédiatement jetés à la mer. Il se trouve qu'après avoir fait 15 victimes, les quinze chrétiens sont restés. Comment le pilote a-t-il pu disposer les 30 personnes pour sauver les chrétiens?

Réponse : — Il a mis successivement : 4 Chrétiens, 5 Turcs, 2 Chrétiens, 1 Turc, 3 Chrétiens, 1 T., 1 Ch., 2 T., 2 Ch., 3 T., 1 Ch., 2 T., 2 Ch., 1 T. On retrouve facilement ces nombres en se rappelant le vers latin :

Populeam virgam mater regina tenebat.

4 5 2 1 3 1 1 2 2 3 1 2 2 1

dans lequel les voyelles a e i o u
correspondent respectivement à 1 2 3 4 5

Ozanam, à qui nous empruntons ce problème, entre dans de plus longs détails sur ces sortes de questions, disant que cela pourra être utile aux capitaines qui, ayant

plusieurs soldats à punir, seront obligés de les faire dé-cimer. Par ce moyen, ils feront tomber le sort sur les coupables en les rangeant d'une certaine manière.

Ajoutons que ce charitable conseil était donné en 1723.

On prétend que c'est en pratiquant cette règle que Josèphe, l'historien juif, resta seul avec un autre de 41 qu'ils étaient, réfugiés dans une caverne. L'histoire est assez curieuse, quoiqu'assez invraisemblable, pour que nous la rapportions ici. Nous l'extrayons des *Problèmes plaisants et délectables* de Bachet.

« Hégésippus rapporte au troisième livre de la Prise
« de Jérusalem, que Josèphe, gouverneur dans la ville de
« Jotapata, lorsqu'elle fut assiégée, puis emportée d'assaut
« par Vespasien, fut contraint de se retirer *dans une ca-*
« *verne qui était au fond d'une fosse où il trouva qua-*
« *rante braves guerriers*, pour éviter la fureur des armes
« victorieuses des Romains. Mais il fut exposé à un plus
« grand péril parmi les siens que parmi les ennemis;
« car comme il eut arrêté de s'aller rendre à la discrétion
« des vainqueurs, ne pouvant trouver aucun autre
« moyen de se garantir de la mort, il trouva ses soldats
« saisis d'une telle frénésie qu'ils voulurent tous mou-
« rir et s'entretuer plutôt que de se rendre à discrétion.
« Josèphe s'efforça de les détourner d'une si malheu-
« reuse entreprise ; mais ce fut en vain ; car, persistant
« dans leur opinion, ils en vinrent jusqu'à le menacer,
« s'il ne s'y portait volontairement, de l'y contraindre
« par force et de commencer par lui-même l'exécution de
« leur tragique dessein. Alors, sans doute, c'était fait de
« sa vie s'il n'eût eu l'esprit de se défaire de ces fu-
« rieux par un artifice : car, feignant d'adhérer à leur
« volonté, il se conserva l'autorité qu'il avait sur eux et
« par ce moyen leur persuada facilement qu'il valait
« mieux se ranger par ordre en quelque façon et, com-
« mençant à compter par un bout, massacrer toujours le

« tantième (l'auteur ne dit pas le nombre), jusqu'à ce qu'il
« n'en demeurât qu'un seul qui serait obligé de se tuer
« lui-même. Tous en étant demeurés d'accord, Josèphe
« les disposa de sorte et choisit une si bonne place pour
« lui que, la tuerie étant continuée jusqu'à la fin, il de-
« meura seul avec un autre, qu'il sauva de la même ma-
« nière, parce qu'il lui était dévoué. »

Comme il y avait quarante soldats avec Josèphe, ce qui faisait en tout 41 personnes, on peut supposer qu'il ordonnait de tuer toujours le troisième, en comptant de trois en trois, qu'il se mit 31^e et qu'il fit mettre à la seizième place celui qu'il voulut sauver.

Problème des Échecs.

Bien que nous devions consacrer un chapitre spécial aux *grands nombres* et aux calculs relatifs aux progressions, le *problème des échecs* doit trouver sa place ici à cause de sa célébrité.

Un mathématicien de l'Inde, nommé Sessa, ayant inventé le jeu des échecs, le présenta au roi son maître, qui en fut si satisfait qu'il voulut lui donner une récompense digne de sa magnificence. Il lui permit, lui ordonna même de demander ce qu'il voudrait, lui promettant de le lui accorder. Le mathématicien demanda un grain de blé pour la première case de son échiquier, deux pour la seconde, quatre pour la troisième, et ainsi de suite, en doublant toujours, jusqu'à la dernière ou 64^e case. Le prince s'indigna presque d'une demande qu'il jugeait répondre mal à sa générosité; il ordonna pourtant à son visir de satisfaire Sessa. Mais quel fut l'étonnement de ce ministre lorsque, ayant fait calculer la quantité de blé nécessaire pour exécuter l'ordre du prince, il vit que non-seulement il n'y avait pas assez de

grain dans ses greniers, mais encore dans tous ceux de ses sujets et de toute l'Asie. Il en rendit compte au roi, qui fit appeler le mathématicien et lui avoua qu'il n'était pas assez riche pour remplir une demande dont la subtilité l'étonnait encore plus que l'invention du jeu qui l'avait provoquée.

Il suffit, pour avoir le nombre des grains de blé que demandait l'inventeur du jeu d'échecs, d'élever 2 à la 64^e puissance, et de retrancher 1 du résultat. On obtient ainsi : 18 446 744 073 709 551 615.

De patients calculateurs ont trouvé qu'il fallait environ 261,000 grains de blé pour former le poids de 10 kil. Sessa aurait donc eu un poids de blé de 706 771 803 590 400 kil., et, en estimant que 10 kilogr. valent 2 fr., cela ferait : 141 354 360 718 080 francs.

On a calculé aussi que ces grains de blé pourraient couvrir, à un pied de hauteur, une étendue de pays environ 3 fois et demie plus grande que la surface de la France.

Les problèmes impossibles.

On a pu voir pendant longtemps, dans les rues de Paris, un brave et honnête bourgeois dont les allures mystérieuses intriguaient toujours les promeneurs. Ses gestes et ses monologues dénotaient une vive et constante préoccupation. Parfois il s'arrêtait brusquement et, tel qu'Archimède à la prise de Syracuse, sans s'émouvoir des regards de la foule, sans prendre garde aux quolibets des gamins, il traçait sur le sable des chiffres ou des figures de géométrie. Son front était orné d'une casquette galonnée, semblable à celles des employés de chemins de fer ou des inspecteurs de la salubrité, sur laquelle brillaient en lettres d'or les mots : *Quadrature du cercle, mouvement per-*

pétuel, indices certains d'une incurable folie ; et sa poitrine était garnie de nombreuses médailles que des *Sociétés* soi-disant *savantes* avaient eu la sottise ou la faiblesse de décerner à ce monomane.

Que de gens, se considérant comme des génies méconnus, se figurent encore qu'ils ont trouvé la solution de ces problèmes célèbres, mais impossibles ! Combien cherchent les racines exactes des carrés imparfaits et la trisection de l'arc ! Il sera parlé plus loin de la *Pierre philosophale*, de la *transmutation des métaux* et du *mouvement perpétuel* ; nous nous occuperons plus spécialement ici des problèmes qui touchent directement à l'arithmétique et à la géométrie.

Le problème de la *quadrature du cercle* est l'un de ceux qui ont eu le privilège d'occuper les savants de tous les temps. On sait qu'il consiste à construire un carré dont la surface soit équivalente à celle d'un cercle de rayon donné, ou, ce qui revient au même, à trouver exactement le nombre de fois et de fraction de fois qu'un diamètre est contenu dans la circonférence correspondante. Or, tous les efforts des mathématiciens ont abouti à prouver rigoureusement qu'une pareille question ne pouvait être résolue exactement, ni par le calcul, ni au moyen de la règle et du compas. On trouvera à *peu près*, mais jamais *juste*, dans la véritable acception du mot.

Le rapport de la circonférence au diamètre, que l'on désigne généralement par la lettre grecque π , peut être trouvé mécaniquement en comparant à la longueur d'un diamètre pris à l'avance la longueur d'un fil placé exactement sur la circonférence décrite sur ce diamètre. On le trouve aussi géométriquement en calculant le périmètre d'un polygone régulier de diamètre connu dont le nombre des côtés est assez grand pour qu'on puisse considérer ce polygone comme une circonférence. Ce n'est pas ici le cas d'exposer les nombreuses méthodes qui ont

été employées dans le même but ; nous nous contenterons d'en faire connaître les résultats.

C'est Archimède qui donna la première valeur connue de ce rapport, valeur dont on se sert encore de nos jours à cause de sa simplicité et de l'exactitude suffisante qu'elle procure dans la majorité des cas ; elle est de $\frac{22}{7}$.

Après lui, Adrien Métius fit connaître le rapport plus approché que l'on retrouve par le procédé suivant : écrivez deux fois les trois premiers nombres impairs : 11 33 55 ; coupez en deux par un trait vertical le nombre ainsi formé (113/355) ; la seconde moitié sera le numérateur et la première le dénominateur du rapport cherché $\frac{355}{113}$.

Enfin les progrès accomplis dans les sciences mathématiques ont permis aux calculateurs modernes de trouver pour ce rapport des valeurs tellement approchées qu'elles diffèrent de la véritable d'aussi peu que l'on veut. C'est ainsi qu'on a calculé le nombre π avec 150,300,500 et même 530 décimales ! C'est là, il faut l'avouer, un trésor sans prix sous le double rapport de son inutilité et du travail qu'il a dû coûter à son inventeur. Celui-ci aurait pu, en effet, se contenter d'aligner des chiffres au hasard à la suite de ceux dont l'exactitude est reconnue, et le public savant aurait eu la même admiration pour sa patience. Qui s'aviserait, en effet, de vérifier un pareil travail et surtout de se servir du résultat ? Bien que nous croyions cette longue liste de 530 décimales aussi consciencieusement calculée que le méritent tous les travaux du même genre nous nous dispenserons de la mettre sous les yeux de nos lecteurs pour ne leur donner ici que la valeur calculée avec 156 décimales par Callet, l'auteur des tables de logarithmes.

$$\pi = 3, \begin{array}{r} 14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279 \\ 50288\ 41971\ 69399\ 37510\ 58209\ 74944 \\ 59230\ 78164\ 06286\ 20899\ 86280\ 34825 \end{array}$$

34211 70679 82148 08651 32823 06647
 09384 46095 50582 23173 53594 08128
 48111 7..... à l'infini.

C'est un des exemples de ces nombres nommés *incommensurables*, parce qu'ils n'ont pas de commune mesure, quelque petite qu'elle soit, avec l'unité. On rencontre beaucoup de ces nombres en mathématiques; en général, on peut dire que quand la racine carrée d'un nombre entier n'est pas entière, elle est incommensurable. Ainsi $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$., etc., sont des nombres que l'on ne peut qu'indiquer, mais qu'il est impossible de trouver exactement.

$\sqrt{2} =$, 142135623730950488016887242097..... Telle serait la valeur, plus ou moins approchée, suivant le chiffre auquel on s'arrête, de la diagonale du carré dont le côté est 1. On voit donc que, si l'on trace une ligne qui doit être considérée comme le côté d'un carré, une construction géométrique bien simple donnera la longueur de la diagonale correspondante; mais si le côté a une dimension déterminée, exprimée en chiffres, il ne pourra pas en être ainsi de la diagonale, dont la valeur ne pourra être obtenue exactement.

De même, une ligne étant donnée comme le rayon d'une circonférence, on aura immédiatement, avec le compas, le tracé exact de cette circonférence; mais si ce rayon est exprimé par un nombre entier, une fraction, ou un nombre fractionnaire, la longueur de la circonférence ne pourra être exprimée exactement en aucun de ces nombres. Si l'on essaie, en outre, de construire un carré ou de calculer le côté du carré équivalent en surface au cercle de rayon déterminé, l'emploi de la règle et du compas ne permettra pas plus de résoudre la question géométriquement que le calcul ne donnera une valeur exacte. Il faudra s'en tenir à des approximations plus ou moins grandes.

Remarquons, en passant, que les fractions décimales périodiques ne sont pas des nombres incommensurables, puisqu'elles sont égales à des fractions ordinaires qu'il est toujours facile de déterminer. Ainsi $\frac{2}{11} = 0,181818$, etc.

$$\text{et } 0,416666\dots \text{ etc.} = \frac{5}{12}$$

Il est des cas, enfin, où l'on peut résoudre arithmétiquement des questions qui n'admettent pas de solution géométrique par la règle et le compas. Le problème qui consiste à partager un arc donné en trois parties égales est de ce nombre; car nous saurons toujours prendre le tiers d'une valeur donnée en chiffres, que ceux-ci représentent des degrés ou des mètres; mais on ne partagera qu'approximativement un arc en trois parties égales en traçant seulement des lignes droites et des cercles. La plupart des personnes qui n'ont qu'une connaissance très-imparfaite des mathématiques recherchent encore parfois et avec confiance la solution des problèmes que nous venons d'énoncer, en particulier celui de la *quadrature du cercle*. Souvent elles ignorent même où en est la question et elles se persuadent qu'elles l'ont résolue. C'est ainsi que l'Académie des Sciences reçoit annuellement des quantités innombrables de mémoires sur ce sujet. Or, nous le répétons, il est parfaitement établi que π ne peut pas être un nombre fini, ni dans notre système de numération ni dans un autre système; bien plus, Legendre a démontré que le carré de π était aussi incommensurable. C'est donc avec le désir d'employer plus utilement son temps, et non guidé par un coupable esprit de routine, comme on l'en accuse à tort, que notre premier corps savant a décidé depuis plusieurs années qu'il ne prendrait plus connaissance des mémoires qui lui seraient adressés sur la *Quadrature du cercle*.

Nos affirmations auront-elles plus de succès que la décision des membres de l'Institut? Nous n'avons pas la prétention de le croire. Il est difficile de convaincre de leur erreur ceux qui ont dépensé un long temps et appliqué ardemment leur esprit à la recherche d'une chimère qu'ils croient avoir enfin saisie! Ce serait leur faire perdre leur dernière illusion, les faire descendre des hauteurs où ils se sont placés dans leur propre estime au-dessus d'Archimède, de Newton et des savants du XIX^e siècle ou auprès des génies persécutés et méconnus, Galilée, Colomb, Bernard de Palissy, pour rentrer dans la foule obscure des ignorants. La raison dirait oui; mais l'amour-propre est plus fort; il bouche les oreilles à ces sourds de la pire espèce.

CHAPITRE V

PROBLÈMES ET CALCULS AMUSANTS.

SOMMAIRE. — A maître habile fins écoliers. — Le chef de cuisine et ses aides. — Vie des locomotives. — Gourmandise et intelligence. — La distribution difficile. — Les ruses d'un hôtelier. — Le loup, la chèvre et le chou. — Les Grâces et les Muses. — Chasseur diligent. — Le vrai courage coté en chiffres, etc.

I. — Un maître de pension avait 24 élèves qui, comme la plupart de leurs pareils, recherchaient toutes les occasions de fuir le travail et d'échapper à la surveillance à laquelle ils étaient soumis. Il fit disposer son établissement suivant un plan carré ; huit chambres formaient les faces, savoir, une à chaque coin et une au milieu de chaque côté ; une cour carrée occupait le milieu ; puis il plaça 3 élèves dans chaque chambre, en leur permettant de communiquer entre eux, de passer même dans les salles voisines, mais en leur défendant expressément de sortir de la maison et même de quitter le côté de cette maison dans lequel ils avaient été placés.

Bientôt on rapporte au directeur que, en dépit de sa vigilance, quelques élèves avaient l'habitude de s'esquiver, et qu'ils introduisaient même, à son insu, des étrangers dans son établissement. Décidé à redoubler de surveillance, le maître visite aussitôt les chambres pour s'assurer de la présence de ses élèves. Cette fois, chacun est à son poste ; il y a bien 3 élèves dans chaque salle et 9 sur chaque côté. Le directeur satisfait va dormir sur ses deux oreilles.

Mais il n'a pas plus tôt fermé la porte de sa chambre que 4 jeunes gens s'échappent. Les 20 élèves restants se rangent pourtant de telle sorte que lorsque, quelques heures plus tard, le directeur se lève pour faire une nou-

velle tournée, il peut encore compter 9 élèves sur chacun des côtés de son établissement. Certain que tout est pour le mieux, il va reprendre sans retard son somme interrompu.

Peu de temps après, les 4 fugitifs rentrent en silence, non pour se livrer aussi au repos, mais pour terminer joyeusement et en nombreuse compagnie une nuit qu'ils veulent consacrer au plaisir ; aussi ramènent-ils avec eux 4 camarades, ce qui porte à 28 le nombre des jeunes gens qui doivent se loger dans les salles. Ils se tirent assez heureusement de cette difficulté pour qu'un surveillant puisse encore compter 9 personnes sur chaque rangée de chambres.

Mais 4 nouveaux amis s'introduisent encore dans la maison. On les reçoit, on les fête et on les case assez bien pour que le directeur, dans son inspection matinale, compte encore 9 personnes seulement par rangée de chambres, bien qu'il y ait en tout 32 personnes. Celui-ci reste profondément convaincu de la fausseté des rapports qui lui ont été faits, tandis que ses malins disciples font esquiver les huit étrangers et rient aux dépens de leur maître trop confiant.

Les figures suivantes représentent le plan de la pension avec l'indication du nombre de personnes que contenait chaque chambre au moment des quatre visites. La fig. 1, quand tout est dans l'ordre établi ; la fig. 2, après le départ de 4 élèves ; la fig. 3, après la rentrée de ces 4 et l'arrivée de leurs 4 camarades ; la fig. 4, lorsque 4 nouveaux venus se sont joints aux précédents.

3	3	3
3		3
3	3	3

4	1	4
1		1
4	1	4

2	5	2
5		5
2	5	2

1	7	1
7		7
1	7	1

L'erreur du maître provenait, comme on peut s'en apercevoir, de ce qu'il comptait deux fois chaque coin en suivant les deux rangées dont ce coin fait partie ; si les élèves étaient trop nombreux, ils n'avaient donc qu'à se réunir en plus grande quantité au milieu des côtés pour dégarnir les coins. S'il y avait au contraire des vides dans leurs rangs, ils renforçaient les coins de manière à établir une compensation.

II. — Un chef de cuisine a trois aides et ne peut faire ses omelettes sans *eux*. Il distribue donc la moitié des œufs qu'il possède et la moitié d'un œuf au premier aide ; au second, la moitié du reste et la moitié d'un œuf ; au troisième, la moitié du reste et encore la moitié d'un œuf. On voudrait savoir combien le chef de cuisine a d'œufs et comment il peut faire pour en donner des moitiés sans les casser.

Solution. — Pour trouver le nombre des œufs, prenez le cube de 2 qui est 8, multipliez ce nombre par 1, ou 2, ou 3, ou 4, etc., et ôtez 1 du produit ; les résultats successifs que vous obtiendrez répondront à la question. Ainsi $8 \times 5 = 40$. On pourra donc prendre $40 - 1$ ou 39 pour le nombre des œufs. Dans ce cas le premier aide aura la moitié de 39 ou $19 \frac{1}{2}$ plus $\frac{1}{2}$ œuf, soit 20 œufs ; il en reste 19. Le second aide aura la moitié, c'est-à-dire $9 \frac{1}{2}$ plus $\frac{1}{2}$ œuf, soit 10 œufs ; il en reste 9. Enfin le dernier en aura $4 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ou 5. Il en restera 4 au chef.

Si dans l'énoncé on avait ajouté cette condition que tout dût être partagé, le seul nombre 7 aurait répondu à la question. Mais il est probable que dans ce cas le chef n'aurait pas eu besoin d'aides.

S'il y avait 4 aides, au lieu du cube, il faudrait, pour trouver les solutions prendre la 4^e puissance de 2 et opérer ensuite comme précédemment. S'il y en avait 5, ce serait la 5^e puissance et ainsi de suite.

III. — Une personne interrogée sur son âge répondit à son interlocuteur : j'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez; et, quand vous aurez l'âge que j'ai, la somme de nos deux âges fera 63 ans. — Quels sont les deux âges?

Réponse. — La personne interrogée a 28 ans et celle qui interroge 21.

IV. — Les plus ingénieux rapprochements ont été faits sur la marche et l'existence de ces machines nommées locomotives devant lesquelles s'effacent aujourd'hui toutes les distances.

Une fois né à sa vie active, le monstre dévore par kilomètre, en moyenne, 12 kilogrammes de coke, savoir : 8 kilogr. s'il est attelé à un train de voyageurs, et il peut y en avoir 800; 18 kilogr. s'il entraîne des marchandises (maximum de charge). A ce compte, une locomotive faisant le trajet de Paris à la Méditerranée, parcourant 863 kilomètres, consommera en 16 heures (trajet d'un train-express) 6,904 kilogr. de combustible, ou par heure, 432 kilogr.

La vie ordinaire d'une locomotive est de 14 ans. Pendant cette période elle aura franchi, en moyenne, par an, 28,000 kilomètres; soit, en tout 392,000 kilomètres ou environ dix fois le tour de la terre. Quand elle a fourni cette carrière, elle est mise au rebut; mais ses organes usés ne sont pas inutiles. Dépecés et refondus, ils serviront à créer un monstre nouveau que l'homme, digne fils de Pro-

méthée, animera encore d'une étincelle et lancera à toute vapeur sur le globe où il est fixé. Nous ajouterons enfin, qu'en tenant compte du nombre de voyageurs transportés, et des distances parcourues, les accidents sur les chemins de fer sont 1,000 fois moins fréquents qu'avec les moyens de locomotion employés avant leur invention. Nous n'entreprendrons pas d'ailleurs de démontrer les avantages que présentent les voyages par les chemins de fer sur les voyages en diligence. La question est jugée depuis longtemps par le public.

V. — Trois joueurs conviennent en se mettant au jeu que le perdant doublera l'argent des deux autres. Ils font trois parties en suivant cette règle et ils perdent chacun une partie ; il se trouve alors qu'ils possèdent autant l'un que l'autre, c'est-à-dire 8 francs. Combien chaque joueur avait-il en entrant au jeu ?

Réponse. — Il est facile de vérifier que le premier perdant avait 13 francs, le second 7, et le troisième 4.

VI. — Un père montre à son fils, sur une table, 30 pommes et 10 oranges en lui permettant de prendre 10 de ces fruits. Tout naturellement notre jeune garçon fait main basse sur les oranges, qui lui paraissent d'un goût plus exquis que les pommes ; mais son père l'arrête dans ce premier mouvement et met une condition à ce choix : c'est qu'il sera fait en rangeant tous les fruits autour de la table, en les comptant de 12 en 12, et en prenant toujours le douzième. Comment l'enfant doit-il s'y prendre pour avoir de cette manière toutes les oranges ?

Réponse. — Il faudra classer les oranges parmi les pommes de telle sorte qu'elles occupent les rangs indiqués par les numéros 7, 8, 11, 12, 21, 22, 24, 34, 36, 37.

3. Videz le 3 ^e dans le 1 ^{er}	6 —	2 —	0 —
4. Transvasez le 2 ^e dans le 3 ^e	6 —	0 —	2 —
5. Remplissez le second avec le 1 ^{er}	1 —	5 —	2 —
6. Remplissez le 3 ^e avec le 2 ^e	1 —	4 —	3 —
7. Versez le 3 ^e dans le 1 ^{er}	4 —	4 —	0 —

Le partage sera effectué.

La seule objection qu'on puisse faire à cette méthode est que les plus altérés trouveront l'opération trop longue et que la liqueur pourra bien un peu s'éventer ou se renverser. Le moyen le plus court serait d'aller chercher un litre vide à la cantine ; c'est probablement ce que l'on fit.

VIII. — On pourrait se proposer aussi de tirer 6 litres d'un vase contenant 12 litres au moyen de deux vases vides dont l'un contiendrait 7 litres et l'autre 5. Voici comment il faudrait s'y prendre :

Le contenu des vases est :

	Dans le vase de	12 lit.	de 7 lit.	de 5 lit.
Avant de commencer		12 —	0 —	0 —
1. Remplissez le dernier avec le 1 ^{er}		7 —	0 —	5 —
2. Versez le dernier dans le 2 ^e		7 —	5 —	0 —
3. Remplissez le 3 ^e avec le 1 ^{er}		2 —	5 —	5 —
4. Remplissez le 2 ^e avec le 3 ^e		2 —	7 —	3 —
5. Versez le 2 ^e dans le 1 ^{er}		9 —	0 —	3 —
6. Videz le 3 ^e dans le 2 ^e		9 —	3 —	0 —
7. Remplissez le 3 ^e avec le 1 ^{er}		4 —	3 —	5 —
8. Remplissez le 2 ^e avec le 3 ^e		4 —	7 —	1 —
9. Videz le 2 ^e dans le 1 ^{er}		11 —	0 —	1 —
10. Versez le 3 ^e dans le 2 ^e		11 —	1 —	0 —
11. Remplissez le 3 ^e avec le 1 ^{er}		6 —	1 —	5 —
12. Videz le 3 ^e dans le 2 ^e		6 —	6 —	0 —

et le partage est fait.

IX. — Un maître d'hôtel était fort habile à donner à

ses tables servies un aspect luxueux et *confortable* auquel ne répondait certainement pas le menu des repas. Il ne se contentait pas, comme ses confrères, de disposer avec art sur ses nappes d'énormes bouquets de fleurs artificielles qui auraient été remplacés avec avantage par des plats bien garnis ; de superbes pièces de pâtisserie en carton ou des assiettes de fruits en porcelaine peinte, disposées avec symétrie, déguisaient assez bien la pauvreté réelle du service et ne permettaient guère de remarquer la rareté des mets plus riches en sauce qu'en nourriture substantielle et que supportaient de brillants réchauds en plaqué. De nombreuses bouteilles couvraient aussi les tables et faisaient croire aux convives qu'ils pouvaient se livrer à de copieuses libations ; mais sur ce point encore notre aubergiste n'était guère prodigue, car il mélangeait avec artifice les flacons vides ou à demi-vides parmi les pleins de manière à tromper les consommateurs sur la quantité de vin qu'ils avaient à leur disposition. Le stratagème dont il usait est assez ingénieux pour que nous le rapportions ici.

Il avait, par exemple, 21 bouteilles dont 7 pleines, 7 vides et 7 demi-pleines à distribuer sur 3 tables, il les les rangeait de l'une des deux manières suivantes :

N° des tables	pleines	demi-pleines	vides	pleines	demi-pleines	vides
1 ^e	2	3	2	3	1	3
2 ^e	2	3	2	3	1	3
3 ^e	3	1	3	1	5	1

De cette façon, chaque table avait la même quantité de vin. Avait-il plus de convives et par conséquent plus de vin à mettre sur table ; il prenait alors 24 bouteilles, 8 pleines, 8 demi-pleines et 8 vides qu'il distribuait de l'une des deux manières suivantes :

N° des tables	pleines	demi-pleines	vides	pleines	demi-pleines	vides
1 ^e	3	2	3	2	4	2
2 ^e	3	2	3	2	4	2
3 ^e	2	4	2	4	0	4

Enfin, s'il fallait 9 bouteilles pleines, 9 demi-pleines et 9 vides, il les rangeait ainsi :

N° des tables	pleines	demi-pleines	vides	pleines	demi-pleines	vides
1 ^e	2	5	2	1	7	1
2 ^e	3	3	3	4	1	4
3 ^e	4	1	4	4	1	4

Et l'on voit que toujours il y avait la même quantité de vin sur chaque table.

X. — Un commis de magasin a dans ses rayons une pièce d'étoffe de 20 mètres de long. Chaque jour on lui en achète 1 mètre qu'il est obligé de couper. Au bout de combien de jours aura-t-il fini de couper la pièce ?

Réponse. — Il semble tout d'abord que puisque le commis ne coupe qu'un mètre par jour, pour couper les 20 mètres, il mettra 20 jours. Mais si l'on remarque que le coup de ciseau du 19^e jour sépare les deux derniers mètres, on verra que la réponse est 19 et non 20.

XI. — Un paysan arrive sur le bord d'une rivière avec un loup qu'il a pris au piège et qu'il veut montrer vivant à ses voisins, une chèvre et un chou ; le batelier ne voulant passer dans son petit bateau qu'un des animaux avec le paysan, celui-ci est fort embarrassé, car s'il laisse ensemble chou et chèvre ou chèvre et loup, l'un mangera sûrement l'autre pendant son absence. Comment doit-il s'y prendre ?

Réponse. — Il emmènera d'abord la chèvre avec lui ;

puis il reviendra chercher le loup qu'il passera aussi de l'autre côté : mais, pour ne pas laisser la chèvre en si dangereuse compagnie, il la rapportera du premier côté pour l'y laisser seule pendant qu'il portera le chou du côté du loup. Enfin il ira reprendre sa bique et se retrouvera bientôt de l'autre côté avec les trois objets de sa sollicitude.

XII. — Les trois Grâces ayant rencontré les neuf Muses sur le Mont Parnasse leur distribuèrent des couronnes des fleurs dont elles étaient toujours abondamment pourvues. Chaque Grâce en avait autant que ses sœurs et en donna un nombre égal à chacune des neuf Muses. Il se trouva qu'après la distribution les Grâces et les Muses avaient autant de couronnes l'une que l'autre. Combien les Grâces avaient-elles de couronnes et combien en donnèrent-elles ?

Réponse. — Les Grâces avaient chacune 12 couronnes et chacune en donna une à chaque Muse. On voit en effet que de cette manière chaque Grâce en garda 3 et que chaque Muse en reçut 3. On peut supposer aussi qu'elles en avaient 24 et que chacune en donna 3, ou qu'elles en avaient 36 et que chacune en donna 4, et ainsi de suite, en prenant les multiples de 12.

XIII. — Un disciple de Saint-Hubert, aussi riche que malheureux ou que maladroit dans ses expéditions, invite un grand nombre de ses amis à venir le lendemain de l'ouverture de la chasse dépecer les nombreuses victimes qui seront tombées sous ses coups. Il fait ses provisions de plomb et de poudre, se munit du costume traditionnel et d'un vaste carnier, puis, son Lefauchaux en bandoulière, le nez au vent et ses deux chiens à ses côtés, il abandonne sa famille et ses affaires pour courir

les aventures et se couvrir de lauriers. Pourtant, en homme prudent et habitué aux mécomptes, pour se donner aussi le temps de préparer le pompeux récit de ses exploits, il a confié un billet de 100 francs à son chef de cuisine en lui recommandant de se procurer au marché voisin cent pièces de gibier de poil et de plume ; il est bien entendu que le secret le plus absolu doit être gardé sur cette importante négociation qui doit réparer les injustices du sort. Bien en prit à notre chasseur d'avoir usé de cette précaution ; le premier jour il attrape... un coup de soleil à tirer sur les perdrix, et décharge son fusil avec un égal succès sur des lièvres qui n'en courent que mieux. Le lendemain, pour ne pas revenir *bredouille*, il tue... un de ses chiens qui se mettait en arrêt et prend... la fuite devant un sanglier qui débouche tout à coup d'un bois. Mais bah ! ce sont là les petites misères du métier, et notre homme ne s'inquiète pas pour si peu ; il a escompté sa victoire ; il est content de lui.

Le plus embarrassé était notre cuisinier, dont la mission délicate exigeait à la fois discrétion et habileté. Or la seconde de ces qualités ne lui faisait pas plus défaut que la première, comme on va le voir. Il trouve au marché que les alouettes coûtent 0 fr. 05 c. la pièce, les perdrix 1 fr. et les lièvres 3 fr., et il se pose ce problème plus aisé pour un mathématicien que pour un cuisinier ordinaire : Comment acheter dans de telles conditions 100 pièces pour 100 francs ?

Il n'y avait qu'un moyen, et la réflexion le lui fit trouver ; c'était d'acheter 40 alouettes à 0,05, 41 perdrix à 1 fr. et 19 lièvres à 3 francs.

Le dîner fut splendide, l'amphitryon étincelant de verve, et les invités auraient peut-être mis en doute l'adresse du chasseur si celui-ci n'eût achevé de les convaincre et de les gagner à sa cause en leur faisant emporter à chacun quelques pièces pour qu'ils pussent ra-

conter le lendemain dans leurs familles sa libéralité et ses succès.

XIV. — Trois femmes vont au marché pour vendre des oranges ; la 1^{re} en a 50, la 2^e 30, la 3^e 10. Comment pourront-elles faire pour vendre leurs oranges au même prix et pour rapporter cependant la même somme ?

Réponse. — Elles vendront d'abord les moins belles à 7 pour 5 centimes autant qu'elles pourront le faire de fois ; puis le reste à raison de 0,15 la pièce. De cette manière, la première aura reçu 7 fois 5 centimes ou 0,35 pour 49 oranges et 0,15 pour sa dernière, soit, en tout, 0 fr. 50 c.

La deuxième aura reçu 4 fois 5 cent. ou 0, fr. 20 c. pour 28 oranges et 2 fois 0,15 ou 0,30 pour ses 2 dernières, soit, en tout 0 fr. 50.

Enfin, la 3^e aura reçu 0,05 pour ses 7 premières et 3 fois 0,15 ou 0,45 pour ses 3 dernières, soit, en tout, comme les deux autres, 0,50.

On pourrait se poser la même question en supposant que les femmes aient, la première 30 poires, la deuxième 20 et la troisième 10.

Dans ce cas, elles devront vendre d'abord leurs poires à 6 pour 5 centimes et le reste à 5 centimes la pièce. Il est aisé de vérifier que, de cette manière, chacune se retirera avec 25 centimes.

XV. — Une personne ayant dans une main un nombre pair de jetons et dans l'autre un nombre impair, deviner en quelles mains est le nombre pair.

Réponse. — Faites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair, 2 par exemple, et le nombre de la main gauche par un nombre impair, 1 ou 3 par exemple ; faites ajouter les deux sommes ; si le total est impair, le nombre pair de pièces est dans la main droite

et l'impair dans la gauche. Si ce total est pair, ce sera le contraire.

XVI. — On s'étonnait dans une réunion qu'un monsieur eût refusé un duel ; sa bravoure n'était pas mise en doute, car, ancien militaire, il avait assisté à trois batailles dans lesquelles il avait fait preuve d'un courage réel. Un des assistants prétendit que non-seulement trois, mais même neuf batailles ne valaient pas un bon duel, et, comme on se récriait, il offrit de le démontrer mathématiquement.

Le maréchal de Saxe a écrit dans ses *Réveries*, dit-il, que pour tuer un soldat en bataille rangée il fallait au moins avoir tiré son poids de plomb, ce qui suppose à peu près 500 coups de fusil. L'exactitude de ce calcul a été démontrée de nouveau à la bataille de Solferino ; car, en supposant que chacun des 350,000 soldats engagés dans l'action eût en moyenne seulement 24 cartouches, on aurait tiré dans cette bataille 8,400,000 coups de fusil. Or il n'y eut que 18,000 tués des deux côtés. Encore y eut-il beaucoup de ces derniers qui furent frappés par le sabre, la baïonnette ou les projectiles des canons. En évaluant même le nombre des hommes mis hors de combat à 50,000, nous trouvons un homme atteint pour 168 balles tirées. Dans un duel, au contraire, quand il est sérieux, l'un des deux adversaires doit être atteint en sorte qu'on n'a qu'une chance sur deux d'en sortir sain et sauf, c'est-à-dire 84 fois moins de chances que dans une bataille.

C'est pour la même raison que les batailles sont devenues moins meurtrières depuis l'invention de la poudre. Les armées se battent par masses, et les soldats n'engagent plus que dans des circonstances exceptionnelles de ces luttes corps à corps dans lesquelles l'un des adversaires doit rester sur le terrain, ce qui n'empêche pas son vainqueur de faire de nouvelles victimes.

CHAPITRE VI

LES CARRÉS MAGIQUES.

LEUR CONSTRUCTION ET LEUR HISTOIRE.

On donne le nom de *carrés magiques* à des tableaux divisés en cases dans lesquelles des nombres sont distribués de telle manière que la somme de ces nombres placés dans une même ligne horizontale, dans une même ligne verticale ou dans le sens des diagonales, est toujours la même. Exemple :

11	24	17	10	3
4	12	25	18	6
7	5	13	21	19
20	8	1	14	22
23	16	9	2	15

Dans ce carré, la somme dans tous les sens est 65. Il y a beaucoup de systèmes différents pour composer de semblables figures ; nous ferons connaître ici les principaux.

Proposons-nous d'abord de former avec la suite des nombres entiers, depuis l'unité, des carrés dont le nombre des cases soit impair.

S'il s'agit, par exemple, de former le carré de 25 cases, nous imaginerons d'abord une nouvelle ligne de cases

placée au-dessus du tableau et une autre sur la droite, toutes deux représentées sur la figure ci-jointe en lignes pointées.

18 25 2 9					
17	24	1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	4
10	12	19	21	3	10
11	18	25	2	9	

Puis nous commencerons par placer 1 dans la case du milieu, en haut. Nous observerons ensuite les deux règles suivantes :

1° Tous les nombres dans l'ordre de numération seront écrits successivement dans la direction des diagonales, de gauche en bas, à droite en haut ; c'est ainsi que 6, 7, 8, par exemple, se trouvent sur une même oblique inclinée à droite. Si en suivant cette direction nous arrivons à une case extérieure pointée, nous reporterons le nombre qui devrait être dans cette case à l'extrémité opposée de la ligne ou de la colonne dont cette case occupe déjà une extrémité. Ainsi, en continuant la ligne 6, 7, 8, le nombre 9 devrait occuper la dernière case pointée à droite ; nous écrirons alors ce 9 en bas de la colonne dont cette case pointée occupe la tête. De même, en continuant la ligne oblique 2, 3, nous serions conduits à écrire 4 dans la case pointée du milieu, à droite. Nous l'écrirons donc à

gauche de la tranche dont cette case pointée occupe la droite.

2° Si nous sommes arrêtés par une case qui contient déjà un nombre, nous placerons le nouveau sous celui qui vient d'être écrit. Ainsi, en suivant la ligne oblique 4, 5, nous arrivons à la case déjà occupée par 1. Il faudra donc écrire 6 dans la case immédiatement au-dessous de celle où nous venons d'écrire 5. On opérera de même quand on atteindra la case du coin en haut, à droite. C'est pour cette raison que 16 est écrit sous 15. En suivant ces indications, on arrivera toujours à remplir exactement toutes les cases, et à obtenir le résultat désiré. Dans l'exemple que nous venons de choisir, la somme, dans tous les sens, est 65; en général, on peut dire qu'elle est égale au nombre du milieu du tableau multiplié par le nombre des colonnes verticales.

Le nombre du milieu du tableau se trouve facilement, sans former le tableau, en cherchant celui qui occupe le milieu dans la série des nombres que l'on doit écrire. Si, par exemple, on veut faire le carré de 9 colonnes contenant par conséquent 81 nombres, on pourra dire d'avance que la case du milieu sera occupée par le nombre 41 qui est au milieu des 81 premiers, et que, par suite, la somme des lignes ou des colonnes ou des diagonales sera, dans tous les sens $9 \times 41 = 369$.

On peut modifier la construction que nous venons d'indiquer de bien des manières : d'abord en plaçant l'unité soit au milieu de la colonne de droite, ou au milieu de celle de gauche, ou au milieu de la ligne du bas. Cela revient à tourner le tableau dans des sens différents, et nous n'avons pas besoin d'indiquer comment il faudrait s'y prendre pour le former de cette manière.

On peut aussi placer ce premier nombre juste au-dessus de la case du milieu et opérer comme il vient d'être dit ; on aura ainsi, pour le carré de 7 colonnes, la disposition

suivante, qui peut être également modifiée en plaçant le tableau successivement sur chacun de ses côtés.

46	15	40	9	34	3	28
21	39	8	33	2	27	45
38	14	32	1	26	44	20
13	31	7	25	43	19	37
30	6	24	49	18	36	12
5	23	48	17	42	11	29
22	47	16	41	10	35	4

Il faut observer pourtant, dans la formation de ce carré, que lorsque l'on arrive sur une case déjà occupée, ce n'est plus au-dessous du nombre dernier écrit qu'il faut placer le nouveau, mais 2 cases au-dessus.

Il est évident aussi qu'au lieu d'inscrire les nombres en suivant l'oblique à droite, dans tous les carrés précédents, on pourrait suivre l'oblique à gauche et obtenir des résultats symétriques de ceux-ci, répondant également à la question. Le carré suivant en est un exemple.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Le carré de 7 colonnes, entre autres, peut être considéré comme la solution de la question suivante.

Un avare possède un trésor composé de 1,225 pièces d'or; il construit pour les renfermer un casier de 49 cases dans lesquelles il range ses pièces de telle sorte qu'en comptant toutes les pièces d'une seule rangée prise au hasard, il puisse vérifier qu'aucune main coupable ou indiscrete n'a touché son trésor. Combien de pièces doit-il mettre dans chaque case?

Les variantes que nous avons indiquées pour la construction des *carrés magiques impairs* ne sont pas les seules que l'on puisse imaginer; elles sont nombreuses, et nous n'avons pas la prétention de les faire connaître toutes, d'autant plus que nous ne voudrions pas insister plus qu'il ne convient sur ce sujet. Pourtant nous en ferons encore connaître sommairement quelques-unes.

On peut d'abord commencer la série des nombres entiers, non plus par 1, mais par un nombre quelconque, en écrivant ensuite les nombres suivants jusqu'à ce que les cases soient remplies. On aurait en commençant par 7, et plaçant ce chiffre sous la case du milieu, le carré magique suivant.

17	30	13	26	9
10	18	31	14	22
23	11	19	27	15
16	24	7	20	28
29	12	25	8	21

On peut aussi, au lieu de se servir de la suite naturelle des nombres, prendre des nombres quelconques, pourvu qu'ils forment une progression arithmétique. Le carré suivant, dont tous les côtés donnent pour somme

96	123	150	9	36	63	90
120	147	27	33	60	87	93
144	24	30	57	84	111	117
21	48	54	81	108	114	141
45	51	78	105	132	138	18
69	75	102	129	135	15	42
72	99	126	153	12	39	66

567, est formé par le premier procédé indiqué, avec la progression 9, 12, 15, 18, etc.

On peut aussi se servir plus simplement d'une série impaire de nombres quelconques que l'on écrira sous elle-même en commençant toujours par le nombre du milieu de la ligne précédente, ainsi :

2	7	4	9	3
4	9	3	2	7
3	2	7	4	9
7	4	9	3	2
9	3	2	7	4

La somme, dans tous les sens, est 25

Les carrés magiques suivants sont formés par des procédés qu'il serait trop long d'exposer ici.

3	10	25	16	11
20	8	19	12	6
5	9	13	17	21
22	14	7	18	4
15	24	1	2	23

12	25	6	19	3
5	11	24	8	17
16	4	13	22	10
9	18	2	15	21
23	7	20	1	14

1	20	23	16	5
4	18	9	12	22
15	7	13	19	11
24	14	17	8	2
21	6	3	10	25

11	22	9	20	3
2	14	25	8	16
19	5	13	21	7
10	18	1	12	24
23	6	17	4	15

Si nous voulons construire des carrés magiques dont le nombre des colonnes soit pair, la question devient moins aisée. Nous essaierons pourtant de donner quelques renseignements pour satisfaire à cette nouvelle condition.

Le carré de 4 cases ne peut être construit. Il faudrait en effet, que les chiffres placés dans chaque case fussent pareils pour que la somme put être la même dans tous les sens.

Le carré de 4 colonnes ou de 16 cases, est celui qui vient ensuite et qui est le plus aisé à construire; c'est même par lui qu'on doit commencer quand on veut obtenir un plus grand carré pair.

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

Pour l'obtenir, je compte la liste naturelle des nombres, 1, 2, 3, 4, etc. sur les cases de la première ligne horizontale en allant de gauche à droite; puis on continue de même sur les cases des autres lignes, mais on n'écrit que les nombres qui se trouvent placés sur les diagonales : 1, 4, 6, 7, 10, 11, 13 et 16.

On remplira ensuite les cases vides en recommençant à compter 1, 2, 3, 4, etc., mais cette fois sur les cases de la ligne d'en bas en allant de droite à gauche, puis en continuant dans le même sens sur la ligne supérieure, et ainsi de suite. Cette fois on écrira dans les cases vides tous les nombres qui s'y trouveront énoncés. On obtiendra

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

ainsi le carré complet ci-contre, dans lequel la somme de toutes les lignes, de toutes les colonnes ou des deux diagonales est 34. On aurait pu inversement placer d'abord les nombres des diagonales en comptant de droite à gauche, puis remplir les cases vides en allant de gauche à droite. On

peut aussi commencer par telle case des diagonales qu'on voudra, mais à la condition de suivre l'une ou l'autre des règles précédentes. Ce ne sont pas là non plus les seules variétés qu'on puisse obtenir de ce carré, puisqu'on compte, rien que pour les classements *magiques* des 16 premiers nombres dans ces cases, 380 combinaisons.

Il n'est pas nécessaire non plus de commencer à compter à partir de l'unité pour remplir les cases. Ici, comme dans les carrés impairs, on peut écrire d'abord un nom-

bre quelconque, 11, par exemple, et continuer suivant la règle ordinaire.

Veut-on faire maintenant le carré de 36 cases ? On écrira d'abord celui de 16, commençant par 11; puis on l'entourera de bandes horizontales et verticales, divisées en cases dans lesquelles on distribuera les dix nombres qui précèdent 11 et les 10 qui suivent 26, de manière que les deux qui se correspondent dans le même rayon, dans la même diagonale fassent, 37.

1	35	34	30	5	6
33	11	25	24	14	4
8	22	16	17	19	29
28	18	20	21	15	9
10	23	13	12	26	27
31	2	3	7	32	36

Dans le carré ainsi obtenu, la somme de chaque bande et de chaque diagonale est 111.

Nous donnons enfin, comme nouveau exemple des *carrés magiques pairs*, le carré suivant de 64 cases obtenu à peu près de la même manière que le précé-

dent. Il est bien entendu qu'on pourrait sans inconvénient remplacer dans les carrés la suite naturelle des nombres par une progression arithmétique commençant par un nombre quelconque et dont la raison serait à la volonté de l'opérateur.

Enfin, au lieu de la progression arithmétique, on peut se proposer de prendre une progression géométrique et de la ranger dans les cases du carré d'après les règles que nous avons posées. On obtiendra de cette façon des carrés tels que les *produits* des nombres écrits dans chaque ligne, dans chaque colonne ou dans chaque diagonale seront égaux. Nous nous contenterons

1	63	62	4	6	56	60	8
58	15	49	48	44	19	20	7
54	47	25	39	38	28	18	11
53	22	36	30	31	33	43	12
13	42	32	34	35	29	23	52
10	24	37	27	26	40	41	55
14	45	16	17	21	46	50	51
57	2	3	61	59	9	5	64

pour ceux-ci de donner un exemple de carré impair et un de carré pair. Dans le premier, on s'est servi de la progression géométrique 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, et le produit d'un rang est 14348907; dans l'autre, on se sert de la progression 1, 2, 4, 8...

etc., et le produit de chaque rang est 1,073,741,824, carré de 32,768.

81	19683	9
27	243	2187
6561	3	729

1	16384	8192	8
2048	32	64	256
128	512	1024	16
4096	4	2	32768

L'invention des carrés magiques remonte aux premiers âges de la science des nombres. Leur nom vient de ce qu'ils étaient en grande vénération parmi les Égyptiens et les Pythagoriciens, qui leur attribuaient des propriétés surnaturelles. Pour leur donner plus de pouvoir, on les dédiait aux sept planètes connues en les gravant sur des lames du métal qui sympathisait avec la planète à laquelle le carré était dédié. C'est ainsi qu'on attribuait à

Saturne, et qu'on gravait sur le plomb, le carré de 9 cases qui a 3 pour racine et 15 pour la somme des nombres de chaque bande. A Jupiter, le carré de 16 cases qui a pour côté 4 et 34 pour la somme des nombres de chaque bande ; l'étain était le métal consacré à cette divinité. A Mars, qui correspondait au fer, le carré de 25 cases qui a 5 pour côté et 65 pour la somme des nombres de chaque bande. A Vénus, représentée par le cuivre, le carré de 49 cases, qui a 7 pour côté et 175 pour somme de ses colonnes. A Mercure, auquel le vif-argent était consacré, on attribuait le carré de 64 cases qui a 8 pour côté et pour somme des nombres d'une bande 260. A la lune, enfin, le carré de 81 cases, qui a 369 pour somme des nombres de chaque bande : on inscrivait ce carré sur des plaques d'argent.

Le carré imparfait de 4 cases ayant un même chiffre dans chacune de ses cases était attribué à la matière imparfaite, et le carré d'une seule case, renfermant l'unité qui multipliée par elle-même ne change pas, était consacré au soleil et gravé sur l'or ; il figurait Dieu immuable.

On enfermait ces figures dans un polygone régulier inscrit dans un cercle divisé en autant de parties égales que le côté du carré contient d'unité, avec les noms des anges de la planète et des signes du zodiaque, qu'on inscrivait dans les espaces vides entre le polygone et la circonférence. Les astrologues croyaient, par une superstition qui n'est plus de mode de nos jours, mais qui a été remplacée par bien d'autres, qu'une semblable médaille était un précieux talisman pour celui qui la portait toujours sur lui.

Ces vertus préservatives étaient de la force de celles que l'on attribuait au fameux mot cabalistique ABRA-CADABRA. Rappelons, à ce propos, en quoi consistait l'amulette que l'on formait avec cette expression bizarre qui n'a jamais eu aucun sens dans aucune langue. On

disposait les lettres du mot magique en triangle de la manière suivante :

```

A B R A C A D A B R A
  A B R A C A D A B R
    A B R A C A D A B
      A B R A C A D A
        A B R A C A D
          A B R A C A
            A B R A C
              A B R A
                A B R
                  A B
                    A
    
```

On peut remarquer entre autres choses, en examinant ce petit tableau, que, en lisant horizontalement toutes les lignes et en les terminant par les dernières lettres des lignes supérieures, on formera le mot magique. Il en sera ainsi si on lit transversalement, dans le sens du côté de droite, en terminant toujours par les dernières lettres de la première ligne à partir du point où aboutit la transversale, ou enfin, en parcourant le triangle horizontalement, puis remontant sur la droite le long d'une transversale quelconque pour finir horizontalement, etc.

Ce triangle était écrit sur une feuille de papier carrée et pliée de telle sorte que l'écriture fût entièrement cachée; puis l'on suspendait ce talisman au cou, de manière à le faire reposer sur le creux de la poitrine. Au bout de neuf jours, on se rendait, avant le lever du soleil, sur le bord d'un fleuve coulant vers l'Orient; là, le superstitieux opérateur détachait de son cou l'amulette précieuse et la jetait derrière lui dans les flots sans oser la relire. Il pouvait ensuite s'en retourner avec la conviction la plus

entière qu'il était désormais à l'abri des atteintes de la fièvre tierce ou quarte.

Avons-nous besoin d'ajouter que ces singulières pratiques ne guérissent rien du tout ? On croit encore de nos jours à tant de choses absurdes, qu'il est peut-être bon de se moquer de cette superstition pour que le ridicule s'attache aussi à celles qui sont encore répandues parmi nous. Les tableaux magiques ne préservent plus le corps aujourd'hui, mais ils sont capables de récréer l'esprit, et c'est à ce seul titre que nous les faisons connaître.

On s'est amusé de nos jours à composer avec des mots des carrés analogues à ceux que l'on peut former avec des chiffres. Nous épuiserons complètement notre sujet en donnant ici un modèle de ces espèces de carrés. On y retrouve dans le sens vertical les mots tracés dans le sens horizontal.

R	E	N	É	G	A	T
É	T	A	L	A	G	E
N	A	V	I	R	E	S
E	L	I	D	A	N	T
G	A	R	A	N	C	E
A	G	E	N	C	E	R
T	E	S	T	E	R	A

CHAPITRE VII

LES GRANDS NOMBRES.

SOMMAIRE. — Ce que c'est qu'un million. — Le budget de la France. — La goutte d'eau et l'Océan. — La multiplication des centimes. — Les huit inséparables. Petit voyage à Meudon. — Le maquignon rusé. — Le nombre des descendants de Jacob. — D'Adam à nos jours, etc.

Les anciens nous ont laissé d'admirables travaux mathématiques ; pourtant leur notation et leur numération imparfaites ne leur permettaient pas d'écrire des nombres supérieurs à cent millions. Notre système décimal, si simple, si commode pour le calcul, nous permet au contraire de suivre pour ainsi dire pas à pas une grandeur croissante et de la traduire en chiffres et en paroles, même lorsqu'elle dépasse les limites de notre imagination.

Un million, qui formait pour les Grecs le plus haut nombre que l'on eût besoin d'exprimer, est une quantité dont peu de personne sont une idée bien exacte. Quelques comparaisons en feront apprécier la valeur.

Il faudrait remonter au temps de Moïse et de Noé pour trouver des hommes qui aient vécu un million d'heures, puisque le nombre de jours contenus dans une existence de 100 ans est, en tenant compte des 25 années bissextiles, de 36,525, et que ce nombre multiplié par 24 ne donne que 876,600 heures.

Peu de personnes ont la douce satisfaction de compter dans leur coffre-fort la somme ronde de *un million* de francs, bien que le nombre des millionnaires se soit accru de nos jours par suite de l'augmentation de la fortune publique. Mais, pour compter cette somme amassée en pièces de 1 franc, en supposant que le propriétaire du

trésor comptât une pièce par seconde en consacrant à sa jouissance d'avare 12 heures consécutives par jour, il ne lui faudrait pas moins de 23 jours. Encore ne devrait-il pas énoncer complètement tous les nombres jusqu'à un million; car il mettrait certainement plus d'une seconde à dire des nombres tels que 897,678, ou tout au moins il se laisserait vant 12 heures d'un travail aussi fatigant. Après cette remarque, nous aurions beau jeu pour faire le moraliste et vanter le mépris des richesses en rappelant le prix du temps. Mais on pourrait prendre notre discours pour la paraphrase de celui du renard sous la treille : *ils sont trop verts* ; il est vrai que nous ressemblerions beaucoup à son confrère à la queue coupée prêchant la croisade pour faire enlever à ses frères cet inutile appendice. Abstenons-nous, et revenons à notre million imaginaire.

Un million de francs, mis à la suite les uns des autres, formeraient une longueur de 23 kilomètres ; empilées, ces pièces pèseraient 5,000 kilogrammes. Nous laissons à nos lecteurs le soin de calculer les longueurs et les poids énormes que l'on obtiendrait si l'on employait, pour par : faire cette somme, de la monnaie de cuivre.

*. Que sera-ce si nous cherchons à nous rendre compte de ce que c'est qu'un milliard ? C'est, en nombre rond, le budget des recettes de la France ; mais messieurs les députés qui votent ce budget ne se sont jamais rendu compte de son poids, de son étendue, ni du temps qu'il faut pour le compter. Recherchons ces nombres.

Un milliard en argent pèse 5,000,000 de kilog. Croyez-vous que si vous le possédez en or ou en billets de banque il vous sera plus aisé de le porter ? Pas davantage. En or, il ferait un poids de 322,580 kilogrammes, sous lequel succomberaient encore bien des hommes, et le million des billets de mille francs de la Banque de France qui composeraient cette somme énorme, entassés les uns sur les autres, formeraient l'épaisseur de deux mille volumes

de 500 pages chacun. Ce serait là, vous en conviendrez, une *riche* bibliothèque, pour le nombre et la valeur matérielle des ouvrages, sinon par leur valeur intellectuelle.

Nous avons dit tout à l'heure ce qu'il faudrait de temps pour compter depuis 1 jusqu'à 1 million ; nous n'entreprendrons pas un semblable calcul pour le nombre qui nous occupe. Nous avons eu occasion de constater qu'un garçon de banque a besoin de trois minutes pour compter un sac de mille francs en pièces de 5 francs ; s'il n'y avait qu'un employé pour compter le budget annuel d'un milliard, il lui faudrait donc, en supposant qu'il travaillât, sans craindre d'user ses doigts, 12 heures par jour, 14 ans et 10 mois au moins pour terminer sa tâche.

Paris est bien nommé le cœur de la France ; les milliers de routes qui partent de ce centre et qui rayonnent en se ramifiant vers les extrémités jouent le rôle des artères et des veines, en établissant une circulation continue de tous les points de la France au siège du gouvernement, puis de celui-ci jusqu'aux villages les plus ignorés ou les plus éloignés. Cette importance capitale, attribuée trop exclusivement à une seule ville, a inquiété bien des hommes politiques et bien des philosophes : et l'on a beaucoup parlé de *décentralisation*. Décentralisons aussi le budget, et supposons qu'on le fasse voyager de Paris à Fontainebleau. Il ne faudrait pas, pour mener à bonne fin ce travail d'Hercule, moins de 2,000 voitures traînées par 6,000 chevaux guidés par 2,000 charretiers transportant un million de sacs de toile liés par 350,000 mètres de ficelle. Et quand les deux mille charretiers auront chargé le million de sacs sur leurs deux mille voitures et donné deux mille coups de fouet en signal de départ, le convoi en marche occupera un bout de route de huit lieues !

La division du travail entre les nombreux employés de l'État, qui y sont constamment occupés, rend sa longueur

insensible; de même chaque Français, en prélevant une faible part de contribution sur sa fortune personnelle, concourt à former cette somme colossale que n'égalerait pas les fortunes réunies de bien des millionnaires.

*. Nous voyons souvent ainsi des éléments d'une dimension ou d'un poids très-faibles, réunis en nombre considérable, produire de merveilleux résultats. La goutte d'eau si vite évaporée, si facilement enlevée par le moindre frottement, contribue à former la source, point de départ du ruisseau qui forme les rivières, les fleuves et les océans. Ces simples gouttes, en tombant une à une sur la pierre, enlèvent chacune des parcelles de cette pierre que le microscope est impuissant à saisir; et pourtant, à la longue, cette pierre se creuse sous le choc répété de ces faibles masses et s'use à leur léger contact. Les sages de tous les temps ont tiré de ces faits des préceptes de conduite, les hommes laborieux et prudents des principes d'économie.

Entre autres problèmes curieux donnant lieu à des résultats analogues, nous citerons les suivants.

*. Un jeune homme demanda un jour à son père, en récompense de son application à l'étude et de ses succès de lui donner un centime le premier jour du mois, deux le second, quatre le troisième et ainsi de suite en doublant jusqu'à la fin du mois. Le père, heureux de pouvoir satisfaire et encourager son fils à si bon compte accueillit cette demande et commença à s'exécuter sans difficulté. Mais grande fut sa surprise quand, arrivé au 15^e jour, il vit qu'il avait à tirer de sa caisse une somme de 163 fr. 84 c. et qu'il avait déjà donné en tout 327 fr. 67 c. En continuant ainsi jusqu'au 30 du mois, il serait arrivé à devoir, ce dernier jour, 5,368,709 fr. 12 c., et il aurait dû verser en tout la somme énorme de 10,737,418 fr. 24 c. Dans la prévision d'un tel résultat, le père reconnut son impuissance à accomplir sa promesse et dut avoir recours à une tran-

saction avec son fils : celui-ci accepta par ce qu'il avait voulu donner à son père une preuve nouvelle de son aptitude pour les sciences exactes, et que son but était atteint ; mais aussi parce qu'il ne pouvait pas faire autrement.

*. 8 personnes conviennent de dîner tous les jours ensemble jusqu'à ce qu'elles se soient rangées autour d'une table de toutes les manières possibles. Quand les convives se sépareront-ils ? — La mort seule pourra les séparer si elle ne les réunit mieux encore, car on peut ranger ces 8 personnes de 40,320 manières différentes, et ce nombre de jours fait 110 ans.

*. Il y a un panier et cent cailloux rangés en ligne droite à partir de ce panier à des distances de 2 mètres les uns des autres. On propose de ramasser ces cailloux et de les rapporter dans le panier, un à un, en allant d'abord chercher le premier, puis le second, puis le troisième, et ainsi de suite. Combien de mètres parcourra celui qui entreprendra ce travail ?

On comprend que, pour le premier caillou il faudra faire 4 mètres, 2 pour aller et 2 pour revenir. Il faudra en faire 8 pour le second, 12 pour le troisième et ainsi de suite en augmentant de 4 mètres à chaque caillou. On obtiendra ainsi pour les 100 cailloux 20,200 mètres ou un peu plus de 5 lieues, bien que ces 100 cailloux ne soient répandus que sur un espace de 200 mètres. On a vu au Luxembourg, à Paris, une personne parier ainsi qu'elle irait à pied de ce palais au château de Meudon toucher la grille d'entrée et reviendrait au Luxembourg avant qu'une autre eût ramassé cent pierres espacées comme ci-dessus et dans les mêmes conditions. La dernière qui n'avait aucune connaissance mathématique, ne pouvant se persuader qu'une pareille entreprise exigeât tant de chemin, gagea une forte somme et la perdit, car la première fut de retour lorsqu'elle était à peine à la 85^e pierre.

*. Un maquignon vend un très-beau cheval : je ne le

vends pas, dit-il, je le donne; l'on ne me payera que le 24^e clou qui a servi à le ferer; seulement on supposera que le premier clou vaut 5 centimes, le second 10 et ainsi de suite en doublant jusqu'au 24^e. De quel prix serait le cheval? — Si le cheval ne coûte rien, le clou vaut 419,430 fr. 40 c.

*. Si on suppose qu'un grain de blé produise 50 grains dans la première année; que l'on sème ces 50 grains et qu'ils en donnent encore chacun 50 et ainsi de suite pendant 12 ans, le nombre des grains produits par le premier sera comparable à celui qu'en demandait l'inventeur du jeu d'échecs. A la douzième année, seulement, on en récolterait 4,882,812,500,000,000.

*. On pourrait aussi se proposer de trouver quel devait être le nombre des hommes deux cents ans après Adam en supposant qu'ils eussent tous vécu et que cette famille fût augmentée seulement de 4 personnes pendant la 1^{re} dizaine d'années, de huit la seconde dizaine, de seize la troisième dizaine et ainsi de suite. Cette somme serait 2,097,152. Si l'espèce humaine avait cru dans ces proportions depuis Noé, la terre ne serait pas assez vaste pour la supporter. Mais la mort fait des éclaircies fréquentes dans les rangs pressés des populations, soit qu'elle prenne ses victimes après qu'elles ont parcouru une longue carrière, soit que celles-ci la préviennent en s'exposant aux dangers que leur présentent leurs luttes fratricides ou aux maladies que leur cause la satisfaction de leurs mauvaises passions.

*. En supposant que la famille de Jacob après son installation en Égypte ait triplé en 20 ans, ce qui est très-possible, et qu'elle se soit toujours augmentée dans la même proportion, on trouvera que le nombre des Juifs qui durent suivre Moïse pour aller dans la Terre promise était non plus 70 comme à l'origine, mais 1,177,810. Ce fait rend très-vraisemblable le nombre des hommes en état de porter les armes mentionné par la Bible.

.*. On ajoute peu de foi dans l'histoire à la tradition ; et pourtant, si les hommes étaient sincères, ce serait bien le plus sûr moyen de connaître la vérité. Supposons qu'Adam qui vécut, comme on sait, 930 ans, eût confié à un de ses descendants, alors âgé de 20 ans, la mission de perpétuer dans les siècles futurs l'histoire des premiers âges du monde en transmettant cette histoire à ses enfants et ceux-ci aux leurs. Il suffirait que 80 personnes se soient acquittées de ce devoir les unes après les autres, que si elles ont vécu 85 ans, par exemple, elles aient transmis fidèlement à l'âge de 80 ans à leurs fils le récit qui leur avait été fait par leur père 60 ans plus tôt, pour que nous puissions entendre ce même récit de la bouche du 81^e descendant d'Adam. C'est ainsi que 80 générations complètes de 60 ans chacune nous séparent seulement du premier homme ; mais une histoire qui passe par la bouche de 80 personnes ressemble bientôt à une fable et la vérité n'y laisse que des traces incertaines, que le mensonge tend sans cesse à faire disparaître. Les écrits sont les monuments les plus durables et les plus immuables ; mais combien d'erreurs ne propagent-ils pas encore parmi nous !

.*. Qui croirait que le revenu du Grand-Turc ne suffirait pas à nourrir pendant douze ans la race d'une truie qui aurait eu d'une portée 6 petits cochons, dont deux mâles et quatre femelles, en supposant que ces femelles aient chacune la première année un pareil nombre de petits. Ce n'est pas comme le diront les mauvaises langues parce que le Grand-Turc n'a plus ou n'a que peu de revenus, mais à cause du nombre des cochons ; car, s'il n'en meurt pas, on en aura au bout de 12 ans 33,554,230. Si chaque animal coûte par an 5 francs de nourriture, ce qui ne serait pas suffisant pour l'engraisser, il faudra dépenser pour eux dans cette dernière année 167,763,150 fr. Mais le Grand-Turc, en qualité de musulman, ne mange pas de porc ; il ne se donne donc pas la fantaisie d'en

élever, et nous voyons que c'est fort heureux pour ses sujets, pour ses élèves, et pour lui-même.

* * On s'est souvent demandé si le principe de l'intérêt proportionnel au prêt et au temps était bien juste, et s'il était logique, par exemple, de créer des rentes à fonds perdus. Qu'on me prête 1,000 francs et qu'au bout d'un certain temps je rende cette somme avec une prime qui récompense le prêteur, cela peut paraître équitable ; mais conçoit-on que si je verse une fois pour toutes une somme de 1,000 francs par exemple, je doive recevoir tous les ans, moi ou à mon défaut mes héritiers et mes descendants, une rente perpétuelle ne serait-elle que de 2 0/0, soit, dans le cas présent, 20 francs ? Dans 100 ans, la caisse qui aura reçu mon dépôt aura versé pour ce seul fait, 2,000 fr. ou le double de ce que j'aurai remis et non-seulement elle ne sera pas libérée, mais elle devra encore verser *éternellement* une égale somme à mes descendants. Si l'on me prêtait 5,000 fr., et que, au lieu de verser annuellement la rente à 5 0/0 de cette somme, soit 250 francs, je ne pusse remettre que 125 francs de rente au prêteur, non-seulement je n'éteindrais pas ma dette, mais elle s'accroîtrait de telle sorte que quand j'aurais versé 10,000 francs ou le double de ce que j'aurais reçu, je devrais non plus 5,000 fr. mais ce double lui-même, et ainsi de suite, plus je verserais, plus je devrais.

Sans doute, la caisse d'épargne est une magnifique institution, elle encourage le travail et l'économie, et rend des services incontestables aux classes laborieuses ; mais voyons, si dans tous les cas, elle pourrait tenir ses engagements.

Thomas Parr, cet anglais qui, après avoir vécu 152 ans mourut en 1634 d'une indigestion qui suivit un repas à la table royale, n'était ni riche, ni économe ; mais s'il avait placé tous les ans à partir de sa 25^e année au taux de 6 0/0, une somme de 10 livres sterling (250 francs.)

ses héritiers auraient reçu à sa mort 28,900 liv. st. (722,500 fr.). Une compagnie d'assurances sur la vie leur aurait certainement dû la plus grande partie de son capital social.

C'est ainsi qu'un denier, placé à intérêt composé à la naissance de Jésus-Christ, aurait produit, à la fin du XVIII^e siècle, une somme suffisante pour acheter toutes les richesses de la terre.

Si Charlemagne, averti par un astrologue de son temps, que la lecture de cet ouvrage pourrait être de quelque agrément pour les arrière-petits-fils des arrière-petits-neveux de ses sujets, avait voulu encourager les sciences et les lettres longtemps après sa mort, comme il le fit de son vivant et m'avait légué la modique somme de 1 fr., il m'aurait certes fait un joli cadeau. 1 fr. placé à 5 0/0 en 814, vaudrait maintenant, à intérêts composés, 20, 574, 000, 000, 000, 000, 000 francs. Les coffres-forts de tous les Etats civilisés, et nous ne croyons pas qu'on en ait dans les autres, pourraient se vider de leurs trésors, les princes de la finance, les Rotschild et les Pereire, la Banque de France verseraient sur ce monceau de richesses les trésors qu'ils possèdent, vous tous qui me lisez, vous y ajouteriez vos bijoux et vos écus que j'aurais à peine la billionième partie de la somme qui me reviendrait. Tout le monde serait pauvre, moi seul je serais riche. Serait-ce juste ? Si je disais oui, vous diriez non. Mais laissons ces rêves d'or pour revenir à nos simples chiffres.

* * Les sept notes de la gamme peuvent s'écrire à la suite les unes des autres de 5,040 manières différentes. En les combinant 1 à 1, 2 à 2, 3 à 3, 7 à 7, on peut former 960799 groupes différents. Si ces groupes représentent des mesures et qu'on les combine encore ensemble pour former des airs, on en trouvera un nombre tellement grand que nous devons refuser à le calculer et à

l'écrire. Le résultat contiendrait des chiffres par centaines et il démontre que l'on pourra toujours inventer de nouveaux morceaux de musique sans que jamais on soit forcé de répéter des airs déjà composés ; *toujours et jamais* étant pris ici dans un sens tout humain. Que serait-ce si nous devions encore tenir compte des différences que nous pourrions établir entre les divers groupes de notes déjà formés au moyen des diverses mesures, des clés, des croches, des double-croches des octaves, et des autres modes ou figures du langage musical !

Avec les vingt-quatre lettres de l'alphabet, combinées une à une, deux à deux, etc., en laissant de côté les groupes formés par répétition de la même lettre qui ne formeraient pas de mots, mais en ne prenant pas non plus deux fois la même lettre, ce qui se présente pourtant très-souvent sous notre plume et ce qui diminue considérablement le nombre des combinaisons utiles, on pourrait former : 620, 448, 401, 733, 239, 439, 360, 000 combinaisons.

Tous les hommes de la terre réunis ne parviendraient pas en *deux millions de siècles*, à écrire toutes ces combinaisons, en évaluant le travail par homme à 40 pages par jour contenant chacune 40 mots. Que serait-ce si nous avions introduit plusieurs fois la même lettre dans la même combinaison et si nous cherchions à donner à tous ces mots des positions respectives pour former des phrases, puis des discours ?

Les lettres et les arts ne doivent pas périr, comme on le voit, par l'absence des matériaux, mais plutôt par l'insuffisance des hommes ; et dans le cercle étroit de notre existence, dans la sphère de notre monde si grand pour nous, mais si petit en présence de l'Infini, nous pouvons dire : *tout ne sera jamais dit, tout ne sera jamais écrit.*

CHAPITRE VIII

L'ART DE DEVINER EN CALCULANT.

SOMMAIRE. — Le nombre pensé. — Qui a la bague? — La carte pensée. — Quelques tours de cartes et de dominos. — Arrangement magique de seize cartes. — Le piquet sans cartes. — Le cavalier aux échecs, etc.

Le talent des sorciers a toujours paru d'autant plus grand que l'ignorance était plus profonde autour d'eux ; il comporte, en effet, plus de dextérité que de science et plus de fourberie encore que de dextérité. Quant à leur pouvoir surnaturel, nous ne ferons pas à nos lecteurs l'injure de penser qu'ils y ont jamais cru. Leurs ruses revêtent tant de formes que dans nos courts entretiens, il ne nous sera pas possible de les dévoiler complètement ; nous nous attacherons de préférence à expliquer ceux de leurs tours dont le mécanisme repose sur des principes de calcul, de physique, de chimie ou de mécanique. On peut, en effet, trouver dans ces exercices d'agréables créations et l'on pourra bien des fois se convaincre que les résultats les plus singuliers, les plus extraordinaires en apparence, sont obtenus la plupart du temps par des procédés d'une simplicité parfois naïve que l'on s'étonne ensuite de ne pas avoir découverts tout d'abord.

Ce chapitre sera uniquement consacré aux jeux de calculs ; les tours de physique, de mécanique, etc., devant trouver leur place dans une autre partie de cet ouvrage.

I. — Deviner le nombre pensé.

Première méthode. — Dites successivement :

1^o Pensez un nombre,

Exemple : 7

2^o Multipliez-le par 3,

— 21

3° Ajoutez-y 1,	<i>Exemple :</i> 22
4° Multipliez le résultat par 3,	— 66
5° Ajoutez le nombre pensé,	— 73

Demandez le résultat ; vous pouvez dire d'avance qu'il se termine par 3. L'autre nombre à gauche sera le nombre pensé.

Si nous passons en revue la série des opérations exécutées, nous verrons que l'opérateur a obtenu successivement, 1° le nombre pensé ; 2° 3 fois ce nombre, 3° 3 fois ce nombre plus 1 ; 4° 9 fois ce nombre plus 2 ; 5° 10 fois ce nombre, plus 3. Ce résultat final se compose donc d'un nombre de dizaines égal au nombre pensé suivi de 3 unités. Il suffit d'ôter celles-ci pour avoir la réponse.

Deuxième méthode. — Dites successivement :

1° Pensez un nombre,	<i>Exemple :</i> 6
2° Doublez-le,	— 12
3° Ajoutez 4,	— 16
4° Multipliez par 5,	— 80
5° Ajoutez 12,	— 92
6° Multipliez par 20,	— 920

Demandez le résultat ; ôtez-en mentalement 320 ; le reste, dont vous supprimerez les 2 zéros à droite, représentera le nombre pensé. Dans l'exemple choisi, $920 - 320 = 600$; le nombre pensé est donc 6.

En effet, l'opérateur a successivement obtenu : 1° le nombre pensé ; 2° deux fois ce nombre ; 3° deux fois ce nombre plus 4 ; 4° 10 fois ce nombre plus 20 ; 5° 10 fois ce nombre, plus 32 ; 6° 100 fois ce nombre plus 320. En ôtant 320, il reste donc le nombre pensé suivi de deux zéros.

Nous laisserons au lecteur le soin de trouver l'explication non moins simple des méthodes suivantes que l'on peut également suivre.

Troisième méthode.

1° Pensez un nombre	<i>Exemple :</i>	10
2° Faites son carré (10×10),	—	100
3° Diminuez de 1 le nombre pensé,	—	9
4° Faites le carré de ce dernier,	—	81
5° Prenez la différence des 2 carrés	— ($100 - 81$)	19

Demandez le résultat ; ajoutez-y 1 et prenez la moitié, vous aurez le nombre pensé. Dans ce cas, en effet, la moitié de $19 + 1$ est bien 10, nombre pensé.

Quatrième méthode.

1° Pensez un nombre,	<i>Exemple :</i>	8
2° Ajoutez-y 1,	—	9
3° Multipliez par 3,	—	27
4° Ajoutez encore 1,	—	28
5° Ajoutez le nombre pensé,	—	36

Demandez le résultat ; ôtez-en 4 et prenez le quart du reste, vous aurez le nombre pensé. Le quart de $36 - 4$ est bien 8.

Cinquième méthode.

1° Pensez un nombre,	<i>Exemple :</i>	7
2° Doublez-le,	—	14
3° Ajoutez-y 6 (ou tout autre nombre pair)	—	20
4° Prenez la moitié du résultat,	—	10

Demandez le résultat ; ôtez la moitié du nombre pair que vous avez fait ajouter, le reste sera le nombre pensé. Ici, de 10 on ôtera 3, moitié de 6 et le reste, 7, sera bien le résultat cherché.

Nous pourrions multiplier ces exemples ; mais les précédents suffisent pour faire comprendre le mécanisme de ce jeu. Par de semblables combinaisons, on parvient même à deviner plusieurs nombres pensés à la fois par la même personne ; mais comme les explications dans lesquelles nous serions obligé d'entrer pour résoudre ces

nouveaux problèmes pourraient paraître fastidieuses, nous nous contenterons d'en présenter une application curieuse dans le paragraphe qui suit.

Qui a la bague ?

Vous pourrez répondre à cette question s'il n'y a pas plus de 9 personnes dans la société qui vous l'adresse. De plus, vous devez désigner, avec les indications que nous allons donner, non-seulement le porteur de la bague, mais la main, le doigt et même la phalange de ce doigt auxquels la bague est passée. Vous disposez pour cela les personnes autour d'une table en les désignant à haute voix par les nombres 1 2 3 4 etc., suivant le rang qu'elles occupent. Puis vous convenez d'appeler le pouce, le 1^{er} doigt, l'index étant le 2^e, etc. La phalange de l'extrémité des doigts sera la 1^{re} ; enfin, la main droite sera désignée par le numéro 1 et la gauche par le nombre 2.

Ces préliminaires établis, vous laissez une personne du cercle placer la bague comme elle voudra, à la vue de ses voisins, mais sans que vous assistiez à cette opération, ni que vous ayez besoin d'y rien voir. Supposons que ce soit la 4^e personne qui la place à sa main droite (n^o 1) au 3^e doigt et à la 2^e phalange. Si vous arrivez à former le nombre 4,132 dont les chiffres représentent successivement le rang de la personne, de la main, du doigt, de la phalange, le problème sera résolu.

Voici comment vous y parviendrez. De la place où vous vous trouvez à l'écart, dictez à une personne du cercle les indications suivantes :

- | | |
|---|----|
| 1 ^o Doublez le nombre correspondant à la personne qui a la bague. — Dans l'exemple que nous avons choisi, on aura, | 8 |
| 2 ^o Ajoutez 5, | 13 |
| 3 ^o Multipliez par 5, | 65 |
| 4 ^o Ajoutez 10, | 75 |

5° Ajoutez le nombre désignant la main (ici, 1)	76
6° Multipliez par 10,	760
7° Ajoutez le nombre qui désigne le doigt (dans ce cas, 3),	763
8° Multipliez par 10,	7,630
9° Ajoutez le nombre qui désigne la phalange (dans ce cas, 2),	7,632
1° Ajoutez 35,	7,667

Le devin n'a plus qu'à demander le résultat (7,667) et à retrancher, dans tous les cas, 3,535 ; le reste lui donnera les chiffres cherchés. Dans le cas présent, il reste $7,667 - 3,535 = 4,132$; ce nombre indique que la 4^e personne a mis la bague à sa main 1 (la droite), au 3^e doigt (du milieu) et à la 2^e phalange.

On trouverait sans peine beaucoup d'autres manières d'arriver au même résultat.

II. — Deviner la carte pensée.

Nous admettons, pour la solution des questions de cette espèce que l'opérateur n'a à sa disposition ni *cartes larges* ni *cartes biseautées*, qu'il n'emploie pas de *compères* et qu'il n'a recours ni aux *faux mélanges*, ni aux ruses dont se servent ordinairement les prestidigitateurs, telles que faire *sauter la coupe*, *glisser* ou *filer* la carte, donner la *carte forcée*, etc. Outre que l'espace nous manquerait pour exposer tous les *tours* que l'on peut exécuter par ces moyens, nous n'oublierons pas que notre but est surtout de donner à nos lecteurs des *récréations scientifiques*.

*

Sur 20 cartes rangées sur une table, et groupées 2 par 2, deviner le groupe qu'une personne aura pensé.

Disposez à découvert et, comme le dit cet énoncé, par

10 groupes de deux, vingt cartes quelconques ; puis invitez une personne à retenir sans les nommer deux de ces cartes qui sont ensemble. Vous relevez ensuite les 10 paquets dans un ordre quelconque en ayant bien soin de ne pas séparer les cartes d'un même groupe.

Rappelez-vous alors et figurez-vous comme écrits sur la table les mots suivants :

M	U	T	U	S
D	E	D	I	T
N	O	M	E	N
C	O	C	I	S

Leur signification ne fait rien à l'affaire ; pour ceux qui seraient pourtant curieux de la connaître nous traduirons la phrase latine qu'ils forment par : *le muet donna un nom aux Coces* (nom d'un peuple à découvrir).

Prenant alors sur votre paquet les cartes une à une, vous placez la première sur la lettre imaginaire M du premier mot, puis la seconde sur la même lettre M du troisième mot ; la 3^e et la 4^e sur les 2 U du premier mot ; la 5^e et la 6^e sur les 2 T qui se trouvent l'un au 1^{er} mot, l'autre au 2^e et ainsi de suite en ayant soin de toujours mettre deux cartes successives à la place de deux lettres pareilles.

Vous vous faites ensuite désigner les lignes dans lesquelles se trouvent les deux cartes pensées et il ne vous sera pas difficile de les reconnaître en vous rappelant que toutes deux correspondent à une même lettre. Si l'on dit par exemple que l'une des cartes est dans la première ligne et l'autre dans la seconde, elles ne pourront être autre part qu'à la place des deux T.

*

Sur 30 cartes rangées sur une table, deviner les 2 qu'une personne aura pensées.

On opère, pour cela, comme il vient d'être dit dans le

problème précédent; seulement comme il y a 10 cartes de plus, il faut créer dix places nouvelles sur lesquelles on distribuera les cartes supplémentaires suivant la même méthode. Dans le tableau suivant, que l'on doit savoir par cœur, ces dix places sont marquées par 10 chiffres égaux deux à deux.

5	M	U	T	U	S
4	D	E	D	I	T
3	N	O	M	E	N
2	C	O	C	I	S
1	1	2	3	4	5

Il n'est pas plus difficile de deviner avec ce procédé les groupes pensés par plusieurs personnes; l'emploi des trente cartes, en augmentant le nombre des combinaisons rend le jeu plus intéressant.

*

Deviner les cinq cartes dont cinq personnes ont retenu la valeur parmi cinq paquets différents.

Prenez vingt-cinq cartes d'un jeu ordinaire; montrez d'abord cinq de ces cartes à une personne en la priant d'en retenir une, puis remettez-les en paquet sûr la table; montrez-en cinq autres à une seconde personne en la priant aussi d'en retenir une; puis mettez les cinq cartes sur les cinq premières, agissez ainsi pour les cinq personnes. Prenant ensuite le paquet entier, vous retournez successivement chaque carte et vous la placez à découvert sur la table: les cinq premières à côté l'une de l'autre, puis la sixième sur la première, la septième sur la seconde et ainsi de suite de manière à reformer

cinq paquets de cinq cartes chacun. Vous demandez alors aux cinq personnes, l'une après l'autre, dans quel paquet se trouve la carte qu'elle a pensée ; comme les cinq premières cartes sont devenues les premières de chaque paquet, il est certain que la carte pensée par la première personne sera la première du paquet qu'elle désignera. De même, la carte pensée par la deuxième personne sera la deuxième du paquet qu'elle montrera et ainsi de suite. L'opérateur peut même se dispenser de voir les cartes et les placer sur la face après les avoir montrées aux personnes présentes qui pourront encore lui désigner les paquets où elles ont vu placer celles qu'elles avaient pensées. Son adresse n'en paraîtra que plus grande si, en suivant les indications que nous avons données, il tire sans regarder la carte qui convient à chacun.

*

Deviner sur 27 cartes celle qu'une personne aura pensée.

Rangez ces 27 cartes par 3 tas de 9 en plaçant successivement une carte sur chaque tas. Pendant que vous aurez fait cette opération, la personne qui vous regardera aura dû penser l'une des 27 cartes ; elle vous désignera dans quel paquet elle se trouve. Vous réunissez alors les trois paquets en un seul en ayant soin de mettre au milieu celui qui vous aura été désigné ; puis vous recommencez à faire trois tas de vos cartes de la même manière que précédemment et vous vous faites encore désigner celui qui contient la carte pensée. Vous le mettez au milieu des deux autres et vous replacez une troisième fois les cartes sur la table par 3 paquets de 9. Vous serez sûr que la carte que vous cherchez sera, cette fois, la cinquième du paquet que l'on vous désignera comme la contenant. Vous pourrez donc la tirer immédiatement, ou, si

vous refaites le paquet entier, vous la trouverez la quatrième du jeu.

Ce tour peut-être fait avec 15 cartes que l'on divise en 3 paquets de 5 ; après la troisième opération, la carte pensée se trouvera la troisième du paquet désigné ou la huitième du jeu entier. Avec 21 cartes que l'on partagerait en 3 paquets de 7 cartes chacun, la carte pensée serait la 4^e du paquet désigné en troisième lieu ou la 11^e dans les trois paquets réunis.

III. — Quelques jeux de cartes et de dominos.

Trois personnes ayant pris chacune une carte parmi trois posées sur une table, deviner celle que chacune des personnes possède.

Les trois cartes mises sur le tapis seront, je suppose, un roi, un valet, un sept. Vous donnez à une des personnes 12 jetons, à la seconde 24 et à la troisième 36. Puis vous vous éloignez et vous laissez les trois personnes se distribuer les trois cartes à leur guise. Lorsque vous êtes averti que chacune a fait son choix, vous dites : que la personne qui a pris le sept mette sur la table le quart des jetons que je lui ai donnés. Que celle qui a pris le valet mette aussi sur la table le tiers des jetons qu'elle possède ; que la personne qui a le roi mette également sur la table comme les autres la moitié de ses jetons.

Cela fait, vous revenez près de la table et vous comptez les jetons qui s'y trouvent. Le total de ces jetons ne peut être autre que 23, 24, 25, 27, 28 ou 29, jamais 26.

S'il est 23, la première personne, (celle qui n'avait que 12 jetons) a pris le roi, la seconde le valet, la troisième le sept. — S'il est 24, la première personne a le roi, 1

seconde le sept et la troisième le valet. — S'il est 25, la première personne a le valet, la seconde le roi, la troisième le sept. — Si c'est 27, la première a le sept, la seconde le roi, la troisième le valet. — Si c'est 28, la première a le valet, la seconde le sept, la troisième le roi. — Si le total est enfin 29, la première personne a le sept, la seconde le valet, la troisième le roi.

On peut remplacer, sans accroître les difficultés du problème, les cartes par des objets tels que : une bague, une clé, un gant que l'on classe dans son esprit par ordre alphabétique, de même que nous classions tout à l'heure les cartes suivant leur valeur. Ce procédé n'est pas indispensable pour le succès, mais il le facilite. De plus, si l'on trouve que la relation entre le nombre des jetons et le classement des objets est trop difficile à retenir, on pourra écrire à l'avance le tableau suivant, dans lequel les voyelles A, E, I, correspondent aux trois cartes ou aux trois objets.

Si le nombre est La 1^{re} pers. a la 2^e pers. a la 3^e pers. a

23	A	E	I
24	A	I	E
25	E	A	I
27	I	A	E
28	E	I	A
29	I	E	A

On peut d'ailleurs se passer de ce tableau en remarquant que si l'on trouve les deux premières lettres de chaque combinaison et dans l'ordre où elles sont écrites, on trouvera sans peine la troisième lettre et par suite la combinaison se rapportant à l'un des 6 nombres. Or, ces deux premières voyelles se trouvent dans l'ordre voulu dans la phrase suivante :



L'usage a dit : l'enfant qui brilla périt vite.

a e	a i	e a	—	i a	e i	i e
23	24	25	26	27	28	29.

Avez-vous trouvé 25 jetons sur la table ? Si vous vous rappelez la phrase précédente, vous saurez que 25 correspond à *enfant* ou aux voyelles *e a* : la première personne aura donc l'objet représenté par *e*, la seconde celui que vous désignez par *a* et la troisième celui qui correspond à *i*.

Autre solution.

Désignez encore les personnes, dans votre pensée, par les rangs de 1^{re}, 2^e, 3^e, et les trois objets par les voyelles A E I. Mettez 24 jetons sur la table et donnez-en 1 à la première personne, 2 à la seconde et 3 à la troisième, en laissant les 18 restants sur la table.

Retirez-vous et laissez les personnes se distribuer les trois objets ; puis dites à celle qui a l'objet que vous avez représenté par A de doubler le nombre de ses jetons ; à celle qui a pris E de tripler le nombre des siens et à celle qui a de le quintupler. Revenez ensuite et voyez ce qui reste : Il ne peut y avoir que 1, 2, 3, 5, 6 ou 7 jetons ; jamais 4 rarement 7. Maintenant vous connaîtrez les combinaisons qui correspondent à chacun de ces nombres par la phrase :

Garde cela, ami ; ton devin dira bien.

a e	e a	a i	—	e i	i a	i e
1	2	3	4	5	6	7

S'il reste, par exemple 5 jetons, le cinquième mot étant *devin*, vous aurez les voyelles *e i* qui signifient que la première personne a l'objet E, la seconde I et la troisième A.

Arrangement magique de seize cartes

Ranger les quatre rois, les quatre dames, les quatre valets et les quatre dix d'un jeu de carte, en un carré tel que chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale contienne roi, dame, valet et dix, d'espèces différentes,

Solution. — Il faudra les ranger comme dans ce tableau :

Dix de pique.	Valet de trèfle.	Dame de carreau.	Roi de cœur.
Roi de carreau.	Dame de cœur.	Valet de pique.	Dix de trèfle.
Valet de cœur.	Dix de carreau.	Roi de trèfle.	Dame de pique.
Dame de trèfle.	Roi de pique.	Dix de cœur.	Valet de carreau.

*

Connaître le nombre des points de trois cartes tirées d'un jeu sans les regarder.

Nous supposons que l'as vaut onze, chaque figure dix et les autres cartes le nombre de leurs points.

Qu'on tire trois cartes d'un jeu, qu'on les place à côté l'une de l'autre et qu'on remette par-dessus chacune autant de cartes tirées du jeu entier qu'il manque de points à cette carte pour faire 15. Le nombre des cartes restantes plus 16 donnera toujours le nombre total des points des trois premières cartes tirées du jeu.

Supposons que les trois cartes tirées soient par exemple, un as, un roi, un huit ; l'as valant onze on ajoutera quatre cartes au-dessus, le roi valant dix on lui ajoutera cinq cartes nouvelles, enfin sur le huit on mettra sept cartes. La personne qui voudra trouver la somme des points des trois cartes tirées n'aura pas eu besoin d'assister à ce classement ; mais quand elle aura examiné le paquet resté au *talon*, elle verra qu'il y aura encore 13 cartes et, en ajoutant 16 à ce nombre on aura 29 pour le nombre des points de l'as, du roi et du huit, ce qui est exact.

*

Faire trouver ensemble les cartes semblables d'un jeu.

Pour cela, on range les cartes dans l'ordre naturel : as, roi, dame, valet, dix, neuf, huit sept ; as, roi... etc. On peut ensuite faire couper le jeu autant de fois que l'on voudra ; en faisant huit paquets de 4 cartes chacun en posant une de celles-ci successivement à chaque paquet, toutes les cartes semblables se trouveront ensemble.

*

Un jeu de dominos étant rangé en ligne, deviner combien on en a déplacés d'une extrémité pour les reporter à l'autre.

Avant d'exécuter ce jeu, l'opérateur rangera treize do-

minos, les uns à côté des autres, de telle sorte que leurs points soient successivement :

12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0,

On comprend que, de cette manière le double-six doit être le premier à gauche et le double-blanc à droite ; mais les nombres intermédiaires peuvent être formés de plusieurs manières ; ainsi 7 sera fourni par, $6 + 1$ $5 + 2$, $4 + 3$; on prendra indifféremment l'un de ces dés, mais un seul. On retournera ensuite sur la face les 13 dominos choisis et l'on placera à la suite, face en-dessous, mais dans un ordre quelconque, les 15 dominos qui restent. Une personne peut alors faire passer un certain nombre de dominos de la droite à la gauche, et ce nombre sera indiqué toujours par le 13^e domino à partir de gauche. Qu'on ait transporté par exemple, 4 dominos à gauche de la série que nous avons écrite plus haut : en comptant jusqu'à 13 à partir du 1^{er} des dominos transposés, on tombera certainement sur celui de la série qui porte 4 points.

Il y a plus ; on peut continuer le déplacement des dés qui sont à droite pour les reporter à gauche et l'on retrouvera aisément le nombre de ces dés. Il suffira de compter, à partir de la droite, 13 augmenté du nombre des dés précédemment déplacés. Ainsi si l'on avait trouvé que quatre dominos avaient été primitivement transposés, le 17^e donnera le nombre de ceux qui, cette fois, ont été déplacés. On pourra continuer ainsi jusqu'à ce que le nombre à compter dépasse 28, auquel cas on ôterait ce nombre 28 et on compterait avec le reste.

*

Dire le nombre de cartes, de jetons ou de dominos qu'une personne a devant elle sans regarder le jeu.

L'opérateur se tenant éloigné dit à une personne de

prendre et de placer devant elle un certain nombre de dominos; puis elle lui dit d'en placer en-dessous un second rang en contenant 3 de plus. Il dit ensuite de retirer du premier rang un certain nombre de dominos qu'il fixe; puis d'ôter du second rang autant de dominos qu'il en reste au premier.

L'opérateur peut dire à coup sur qu'il reste devant la personne autant de dés plus 3 qu'il a dit d'en ôter au premier rang.

Exemple : La personne met 8 dés devant elle ; et par suite , d'après votre indication, onze en-dessous. Dites d'en enlever 6 en haut (ou tout autre nombre); il en restera 2. Dites alors d'en ôter en bas autant qu'il en reste en haut; puis faites enlever ce qui reste en haut. Il y aura devant la personne $6 + 3$ ou 9 dés.

Ce jeu est des plus simples; on peut aussi le faire avec des chiffres de la façon suivante.

Dites successivement :

- 1° Écrivez un certain nombre de 5 *Exemple :* 5555555
- 2° Placez dessous quatre 7 de plus — 7777777777
- 3° Rayez en haut deux 5
- 4° Effacez en bas autant de 7 qu'il reste de 5 en haut. On aura : $\left\{ \begin{array}{l} 5555555 \\ 7777777777 \end{array} \right.$
- 5° Effacez en haut les 5 qui restent; il y a en bas 777777 (c'est-à-dire autant de 7 qu'on a dit d'effacer de 5 en haut plus quatre.)

*

Moyen de deviner rapidement la carte qui manque dans un jeu mélé.

On fait valoir les rois 4, les dames 3, les valets 2 et les

as 1, et l'on additionne les valeurs des cartes en rejetant les dizaines toutes les fois qu'il s'en présente, ou qu'on en obtient une. A la somme des deux dernières, on ajoute 4 et l'on retranche le résultat de la dizaine qui lui est supérieure; le reste donne la valeur de la carte qui manque. Une seconde inspection du jeu indique qu'elle est cette carte.

IV. — De quelques autres jeux de calcul.

Dire les points de deux dés sans les voir.

Quelqu'un ayant jeté deux dés sur une table, vous trouverez la valeur de chacun de ces dés de la manière suivante. Faites doubler l'un des points; dites d'ajouter 5, puis de multiplier le résultat par 5; enfin, faites ajouter au résultat le nombre du second dé et demandez le nombre obtenu. En en retranchant 25, vous aurez un reste de deux chiffres; chacun de ces chiffres sera le point d'un dé.

Soient 3 et 5 les points des deux dés. En ajoutant 5 au double de 3, on a onze qui, multiplié par 5, produit 55. 55 plus 5 donne 60 qui, diminué de 25, devient 35 composé des deux chiffres cherchés 3 et 5.

Cette méthode peut servir à trouver deux chiffres pensés.

*

Le piquet sans cartes.

Deux personnes peuvent se proposer de former le nombre 100 en ajoutant au nombre que l'une d'elle aura énoncé un autre nombre que la seconde choisira, plus un 3^e choisi par la 1^{re} et ainsi de suite. Seulement on

conviendra que tous ces nombres successifs devront être plus petits que 11.

Or, il y a un moyen infallible de gagner à ce jeu ; en supposant, bien entendu que l'une des personnes connaisse seule le moyen : c'est de choisir les nombres à ajouter de telle sorte qu'ils forment avec la somme déjà obtenue les nombres successifs 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89.

Si c'est à la personne qui connaît ce jeu de parler la première, elle dira 1. Quelque nombre que dise ensuite la seconde personne, comme elle ne peut pas ajouter 11, et que d'ailleurs elle n'est pas au courant du procédé que nous indiquons, elle ne dira pas assez pour faire 12. La première personne pourra alors ajouter à la première somme ce qui manque pour atteindre 12 et ainsi successivement tous les nombres que nous avons indiqués.

Si c'est à l'autre personne à parler la première, elle ne choisira pas probablement 1 ; alors il ne sera pas difficile à l'autre de faire 12 et de continuer comme nous l'avons dit. Mais si elle choisit 1 parce qu'elle l'a vu faire avec succès, il faudra faire en sorte, dans le courant du jeu, de rattraper la série indiquée.

*

Deviner à quelle heure une personne se lèvera.

Supposons qu'une montre marque dix heures et qu'on se propose de trouver à quelle heure une personne désire se lever le lendemain. On dit pour cela à cette personne de compter tout bas sur les heures, à partir du point de 10 heures et en retrogradant, jusqu'à ce qu'elle arrive à dire 22 (10 plus 12). Seulement elle ne commence pas à compter 1 mais le nombre qu'elle a dans la pensée. Si elle pense, par exemple, se lever à sept heures elle

comptera 7 sur le point de 10 heures, puis 8 sur le point de 9 heures, 9 sur le point de huit heures et ainsi de suite jusqu'à ce qu'elle ait compté jusqu'à 22. A ce moment son doigt sera juste sur sept heures.

Le nombre à compter se trouve en ajoutant toujours 12 à l'heure indiquée par la montre.

*

Faire parcourir au cavalier toutes les cases d'un jeu d'échec.

Le célèbre mathématicien anglais Moivre et M. de Mairan, Directeur de l'académie des sciences en 1728, n'ont pas dédaigné de s'occuper de cette question. Nous donnons ici leurs solutions :

De Moivre.

1	49	22	11	36	39	24	1
2	10	35	50	23	12	37	40
48	33	62	57	58	25	2	13
9	20	51	54	63	60	41	26
32	47	58	61	56	53	14	3
19	8	55	52	59	64	27	42
46	31	6	17	44	29	4	15
7	18	45	30	5	16	43	28

De Mairan.

40	9	26	53	42	7	64	29
25	52	41	8	27	30	43	6
10	39	24	57	54	63	28	31
23	56	51	60	1	44	5	62
50	11	38	55	58	61	32	45
37	22	59	48	19	2	15	4
12	49	20	35	14	17	46	33
21	36	13	18	47	34	3	16

Il est facile de voir que, en faisant sauter le cavalier successivement dans les cases suivant l'ordre des nombres qui y sont inscrits, on les parcourra toutes sans passer deux fois sur la même.

*

Trouver le prénom d'une personne.

Vous avez à l'avance dix cartons sur chacun desquels se trouvent écrits dix prénoms des plus usités; cela fait en tout cent noms; et comme on ne s'appelle jamais Ignace, ni Ildefonse, ni Pantaléon, ni etc., tous les noms de baptême qui pourront convenir à la personne interrogée ou tous les noms usités de l'almanach se trouveront sur les dix cartons.

Geneviève.
Pierre.
Paul.
Théodore.
Maurice.
Antoine.
Sébastien.
Agnès.
Vincent.
Germain.

Julien.
Charles.
François.
Marcel.
Georges.
Agathe.
Jean.
Valentin.
Isabelle.
Robert.

César.
Henri.
Casimir.
Blanche.
Rose.
Euphrasie.
Alexandre.
Joachim.
Victor.
Amélie.

Simon.
Jules.
Gontran.
Barthelemy.
Richard.
Isidore.
Ambroise.
Léon.
Anselme.
Narcisse.

Stanislas.
Ferdinand.
Pascal.
Bernard.
Didier.
Félix.
Boniface.
Claude.
Olympe.
Désiré.

Marie.
André.
Prosper.
Baptiste.
Éleonore.
Thierry.
Zoé.
Félicité.
Eugène.
Honoré.

Eustache.
Alexis.
Marguerite.
Madeleine.
Jacques.
Anne.
Marthe.
Sophie.
Étienne.
Omer.

Justin.
Laurent.
Suzanne.
Claire.
Hippolyte.
Hélène.
Louis.
Auguste.
Ovide.
Thomas.

Grégoire.
Raphaël.
Mathieu.
Michel.
Jérôme.
Thérèse.
Ursule.
Léonard.
Martin.
Émile.

René.
Bertrand.
Élisabeth.
Cécile.
Clément.
Catherine.
Nicolas.
Lucienne.
Edmond.
Lambert.

Vous remarquerez que les premières lettres des der-

niers noms de chaque carton forment le mot *Grand-Hôtel* et que chacune de ces lettres peut correspondre à l'un des 10 premiers nombres, ainsi qu'il suit :

G R A N D H O T E L

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Vous pourrez ainsi savoir l'ordre des cartons et le rang de chacun d'eux pris isolément.

Vous avez, en outre, une seconde série de dix cartons

Geneviève.
Julien.
César.
Simon.
Stanislas.
Marie.
Eustache.
Justin.
Grégoire.
René.

Théodore.
Marcel.
Blanche.
Barthélemy
Bernard.
Baptiste.
Madeleine.
Claire.
Michel.
Cécile.

sur lesquels sont inscrits les mêmes noms, mais dans un ordre tel que le premier de ces cartons contienne les dix premiers noms des dix autres cartons, le 2^e les dix seconds noms des dix premiers cartons et ainsi de suite. Nous donnons ici comme exemple le 1^{er} et le 4^e carton de cette nouvelle série.

Présentez d'abord à la personne dont vous voulez connaître le nom la série des dix premiers cartons et dites-lui de vous rendre celui sur lequel son nom est inscrit, puis retenez, par l'inspection de la première lettre du dernier nom de ce carton, le numéro auquel il correspond. Donnez ensuite à examiner la seconde série des noms et quand on vous aura rendu le carton qui contient le nom cherché, vous n'aurez qu'à prendre celui de ces noms qui occupe le rang indiqué par le numéro que vous aurez retenu.

Supposons que la personne interrogée s'appelle *Michel*. Elle vous aura remis d'abord le carton finissant par *Émile* et répondant par conséquent au numéro 9. La seconde

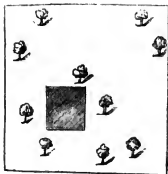
fois elle vous remet un carton sur lequel vous n'avez qu'à regarder le 9^e nom qui est bien celui qu'il faut trouver (c'est celui qui contient les quatrièmes noms et que nous avons figuré en second lieu).



CHAPITRE IX.

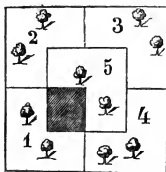
ENIGMES ET COMBINAISONS AMUSANTES.

Une personne loue une maison qu'elle possède à quatre locataires qui en occupent les différents étages. Elle veut en outre, partager le jardin qui entoure la maison et qui est planté irrégulièrement de dix arbres de manière que chaque locataire ait la jouissance d'une semblable portion de terrain et qu'il puisse se rendre à son jardin sans passer sur celui du voisin. Comment doit-elle s'y



Plan de la propriété.

prendre ?



Nous donnons ici le plan du terrain avec la solution.

Le locataire du rez-de-chaussée aura le lot marqué 1, celui du 1^{er} le lot 2 ; celui du 2^e le lot 3 ; et celui du 3^e le lot 4. Dans chacun de ces lots il y a deux arbres. De plus le terrain marqué 5 sera commun à tous et pourra leur servir de passage. Le locataire du rez-de-

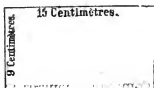
chaussée seul n'en aura pas besoin, puisqu'il peut entrer directement dans sa portion ; mais il aura le droit d'en jouir comme les autres.

?

L'histoire rapporte que lorsque Didon, fuyant la fureur de Pygmalion roi de Tyr, eut abordé sur le rivage de l'Afrique, elle trouva le sol occupé par des populations peu disposées à lui céder une part de leur territoire pour y fonder une ville comme elle en avait l'intention. Mais Didon, usant de ruse, promit de ne prendre que la portion de terrain qui pourrait être contenue dans une peau de bœuf. Le chef Africain ne pensa même pas à refuser à la belle princesse une concession d'une aussi faible importance ; il était curieux de voir comment elle pourrait se loger avec sa nombreuse suite dans un espace aussi restreint que celui qu'elle demandait ; aussi Didon fut-elle autorisée à s'établir là où les hasards de la navigation l'avaient conduite aux conditions qu'elle s'imposait elle-même.

Que fit alors notre habile princesse ? Elle prit une peau de bœuf et la découpa de telle sorte que, bien qu'elle restât d'un seul morceau, elle pût former une enceinte considérable. C'est dans cette enceinte qu'elle bâtit la ville de Carthage et qu'elle reçut plus tard la visite d'Énée.

Nous proposons aujourd'hui de renouveler le stratagème de Didon pour résoudre la question suivante : étant donné un morceau de papier ayant les dimensions indi-



quées dans la figure ci-contre, une feuille de papier à lettre par exemple, comment faut-il s'y prendre pour passer à travers en le laissant d'une seule pièce.

Solution. — Pliez en deux, dans sa plus grande dimension, la feuille de papier. Faites ensuite avec les ciseaux une première coupure transversale en haut de cette bande, en commençant près du bord droit et traversant le bord gauche où le pli est formé ; au-dessous de celle-ci sur la droite, vous ferez une seconde coupure très-rapprochée de la première, commençant près du

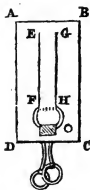


bord gauche et traversant le droit ; et ainsi de suite tout le long de la bande de papier plié. Ouvrez ensuite la bande ainsi coupée et faites une fente lon-

gitudinale, suivant le pli, réunissant les deux coupures transversales extrêmes. Le papier pourra alors se développer comme nous l'avons figuré ci-dessus et embrasser un espace considérable.



Dans une feuille de carte ou une plaque de cuir



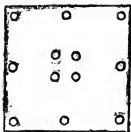
A B C D, faites deux fentes parallèles E F G H ; puis au-dessous, pratiquez une ouverture O exactement de la largeur de la bande que l'on vient de détacher, mais tenant encore par les deux bouts. Passez ensuite un cordon sous cette bande en F et H et faites aboutir les deux extrémités en dessous de la carte en les faisant passer par l'ouverture O. Enfin, liez à ces deux extrémités des anneaux ou des boules qui ne puissent pas passer à travers O à cause de leur grosseur. Comment pourrez-vous

retirer le cordon sans dénouer les anneaux ni rien déchirer ?

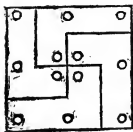
Solution. — Ployez la carte en avant de sorte que le milieu de la bande E F H G puisse passer par l'ouverture O. Cette bande formera bientôt en arrière une boucle suffisamment large pour laisser passer les anneaux.

?

Étant donnée une feuille de carton de forme carrée et percée de trous comme l'indique la figure, couper cette feuille en quatre parties égales contenant chacune trois ouvertures, sans que les lignes de division passent sur les trous.



L'inspection de la figure ci-contre, à droite, indique comment s'obtient la solution. On

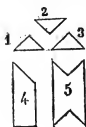


pourrait d'ailleurs tracer d'autres lignes de division que des droites à angle droit, pourvu que les quatre qui partiraient du centre fussent exactement égales et aboutissant à des points symétriques du contour.

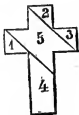
?

Avec cinq morceaux de carton coupés comme le représente la figure suivante à gauche, construire une croix croix parfaite.

La solution se trouve dans la figure de droite. — Les

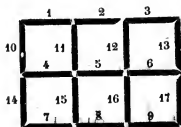


pièces 1, 2 et 3 peuvent se remplacer l'une l'autre. D'ailleurs pour que la solution soit parfaite, il faut que toutes les pièces aient été taillées après coup sur une croix d'un seul morceau.



?

Coupez dix-sept bandes de carton d'égale longueur que

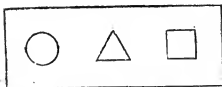


vous remplacez au besoin par 17 allumettes, formez-en six carrés comme l'indique la figure et proposez-vous ensuite de réduire le nombre des carrés à 3 en enlevant seulement cinq morceaux de carton.

Solution. — On y parviendra en enlevant les pièces marquées 8, 10, 4, 3, 13.

?

Étant donnée une planche de bois percée d'ouvertures



semblables à celles qu'indique notre figure, tailler un morceau de bois qui puisse passer par les ouvertures en

les remplissant toutes exactement. Le côté du carré et celui du triangle sont égaux au diamètre du cercle.

Solution. — Prenez d'abord un cylindre de bois dont le diamètre soit exactement celui du cercle, et coupez-le à une hauteur égale à ce diamètre. Tracez ensuite sur les deux bases deux diamètres dont les directions AB et CD soient à angle droit. Enfin coupez suivant les plans CAD de A vers CD et BCD de B vers CD.



Le solide en forme de fer de hache ou de bonnet de police renversé qui restera répondra à la question.

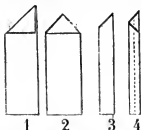


Comment peut-on couper une feuille de papier d'un seul coup de ciseaux de manière à faire une croix et toutes les autres pièces représentées par la figure ci-contre ?



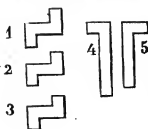
Solution. — Prenez pour cela une feuille de papier deux fois plus longue que large.

Rabâchez la corné de haut-gauche, comme dans la figure 1 ; puis celle de droite sur la première comme figure 2. Pliez le papier par la moitié dans le sens de la longueur, il se trouvera de la forme n° 3. Pliez-le encore une fois en long, comme au n° 4, et coupez dans le même sens au milieu, suivant la raie pointée, vous obtiendrez les formes indiquées plus haut.



?

Avec les cinq morceaux de carte découpés dans les proportions de la figure



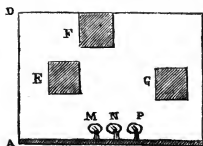
de gauche, former une croix parfaite.

La solution se trouve facilement par la seule inspection de la figure de droite.



?

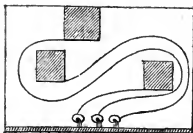
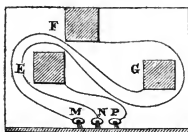
AB est un mur contre lequel sont placées trois fontai-



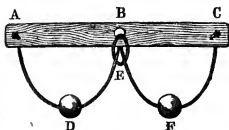
nes M, N et P. Les locataires de trois maisons voisines, E, F, G, ont obtenu la concession de l'eau de ces fontaines dans l'ordre suivant : la fontaine M alimentera la maison G ; N la maison F et P la maison

E Quelles chemins doivent prendre les habitants des maisons pour aller chercher l'eau sans se rencontrer et sans passer derrière le mur ?

Nous indiquons deux solutions dans les figures suivantes ; les chemins à suivre sont indiqués par des traits.



?



La règle de bois ABC est percée de trois trous A, B et C. Un cordon, retenu en A par un nœud, passe à travers la boule D, puis dans l'ouverture B où il forme une bou-

cle en y pénétrant d'abord par derrière et la seconde fois par devant ; ce cordon traverse ensuite la boule F enfin il est fixé à l'ouverture C par un nœud. — Le jeu consiste à faire passer les deux boules F, D, d'un même côté sans défaire les nœuds.

Il faut pour cela prendre la boucle E et la tirer de manière à lui faire suivre le chemin FFD en faisant passer la baule entre les deux cordons ; l'on doit avoir bien soinde ne pas croiser les cordons. On passera ensuite par derrière la boucle dans le trou C par-dessus le nœud, puis on la rabattra sous ce nœud et on la retirera. On fera la même opération de l'autre côté et la boucle du milieu sera complètement détachée en sorte que les boules seront

réunies sur un cordon allant de A en C. Il suffira ensuite de recommencer la même opération en faisant une boucle en B avec le milieu du cordon pour que la figure soit rétablie, avec cette différence que les deux boules seront du côté que l'on aura choisi.

Cet artifice qui consiste à passer la boule sur le nœud est la clé de bien des énigmes du même genre que nous ne donnerons pas ici.

Il y a encore une autre manière de résoudre plus rapidement la question précédente. Elle se réduit à tirer la boucle E en arrière du trou B jusqu'à ce que les cordons qu'elle supporte soient aussi entraînés. On aura fait d'abord glisser la boule F sur son cordon au-delà du point E et, dans la nouvelle position de la boucle, les deux boules pourront aisément être réunies en D.

Nous laissons au lecteur le soin de compléter cette solution qui ne doit plus lui présenter de difficulté.

CHAPITRE X

LES INFINIMENT GRANDS ET LES INFINIMENT PETITS.

L'homme ne peut pas bien concevoir l'infini. En mathématiques, une quantité infinie est celle qui est plus grande que toute grandeur assignable ; or, il n'existe pas de quantité de ce genre dans la nature : nos sens, du moins, ne peuvent en percevoir, notre imagination ne peut s'en former une idée bien nette ; et si le raisonnement ne venait à chaque instant reculer devant nous les limites du fini, nous serions peut-être disposés à en rejeter la notion, ainsi que quelques hommes trop sûrs de l'infailibilité de leur intelligence ont osé le faire de la notion de l'éternité et de celle de Dieu, parce que cette intelligence était incapable d'embrasser complètement ces idées.

Nous n'avons pas la prétention de renouveler, après les théologiens et les philosophes les plus célèbres, les dissertations qui ont conduit ces penseurs à la connaissance de l'immensité, de l'éternité, puis à celle de Dieu ; notre but est plus modeste et plus facile à atteindre. Laissant à de plus habiles le soin de trouver les considérations métaphysiques qui conduisent à la conception de ces grandes vérités, nous essayerons seulement, au moyen d'exemples puisés dans la science des nombres et dans celle de la nature, de faire franchir à notre imagination les limites dans lesquelles elle se renferme ordinairement. Nous avons fait comprendre, autant que possible, dans une autre partie de cet ouvrage, la valeur de nombres extrêmement grands ou extrêmement petits que l'on ne rencontre jamais dans la pratique, et que la numé-

tion nous fait seule connaître par la longue série de caractères qu'ils emploient ; nous étudierons maintenant et nous comparerons les dimensions de notre monde, la prodigieuse variété et la quantité des êtres qui le peuplent, leur merveilleuse délicatesse, etc.

En sortant ainsi du champ que nos sens, nos habitudes, nos idées préconçues, nous font ordinairement explorer, nous pourrons entrevoir cet infini que notre pensée ne peut pas plus atteindre que nos chiffres. Parfois ces chiffres, en présentant quelques curieux résultats, n'offriront qu'une simple jouissance à l'esprit ; souvent aussi ils auront leur éloquence, et notre âme touchée éprouvera des émotions inconnues au vulgaire. (1)

I

Sommaire. — L'homme, la Terre et le Soleil. — L'univers en miniature. — Nombre et distance des étoiles. — La pluralité des mondes. — L'infini et Dieu.

On rit avec raison de la naïveté de quelques paysans qui disent que la Lune est grande comme un fromage. Les connaissances élémentaires en astronomie sont maintenant suffisamment répandues pour que personne n'ignore que les astres qui nous entourent ont tous des dimensions considérables. Telle ne fut pourtant pas toujours l'opinion générale.

Le philosophe grec Anaxagore, qui osa dire quelques

(1) Ceux de nos lecteurs qui voudraient avoir des renseignements plus complets sur les sujets indiqués dans ce chapitre, pourront consulter avec fruit l'intéressant ouvrage qu'un naturaliste célèbre, M. Pouchet, a récemment publié sous le titre *l'Univers*. Nous aurons plusieurs fois l'occasion de citer ce remarquable travail.

siècles avant Jésus-Christ que le Soleil était grand comme le Péloponèse, et qui croyait ainsi donner une majestueuse idée de la grandeur de cet astre, faillit être lapidé par le peuple ignorant. Nous n'en sommes heureusement plus là, et, laissant loin derrière nous l'idée mesquine que se faisait du Soleil cet audacieux penseur, nous ne craignons même pas d'être contredit lorsque nous répéterons avec tous les astronomes que ce globe lumineux est 1,400,000 fois plus gros que la terre.

Notre globe a pourtant à nos yeux des dimensions que nous mesurons, il est vrai, mais que nous concevons difficilement. Si nous le supposons réduit aux proportions, d'une sphère qui aurait 2 mètres de diamètre, les montagnes les plus élevées auraient à peine un millimètre de saillie ; la profondeur parfois insondable de ses océans serait encore moins sensible, et l'atmosphère elle-même, dans laquelle les oiseaux s'élèvent à perte de vue et que l'homme cherche à explorer dans les aérostats, ne paraîtrait pas plus que le duvet sur une pêche. Que devient l'homme, ce roi de la création, comme il s'appelle quelquefois, ramené à ces proportions ? un géant de 2 mètres de haut n'aura plus que 3 dix-millièmes de millimètre de taille ! Tenterez-vous de l'apercevoir ? Embrassez du regard la plus haute montagne que vous connaissiez et découvrez une fourmi sur ses flancs, la tâche sera plus facile. Eh bien, comparons cette Terre que nous habitons au Soleil, qui est 1,400,000 fois plus gros.

Un professeur imagina, à cet effet, de compter le nombre de grains de blé de grosseur moyenne qui sont contenus dans un litre ; il en trouva 10,000. Par conséquent, un décalitre doit en renfermer 100,000, un hectolitre 1,000,000, et 14 décalitres 1,400,000. Ayant alors rassemblé en un tas le 14 décalitres de blé, il prit entre ses doigts un seul de ces grains et dit : « Voici en volume la Terre, et voilà le Soleil. »

Cette comparaison, que nous empruntons à l'illustre Arago, nous semble bien plus capable de faire saisir la différence de grosseur des deux corps que l'énonciation du rapport abstrait de 1 à 1,400,000.

Autre rapprochement singulier : le rayon du Soleil est 112 fois celui de la Terre; la Lune, dont le volume est à peu près la 50^e partie de celui de la Terre, est placée à une distance de celle-ci égale à 60 fois son rayon. Il suit de là que, si l'on suppose la Terre placée dans l'intérieur du Soleil, de telle sorte que les centres de ces globes coïncident, non-seulement la Terre entrera complètement dans le Soleil, mais la Lune, en supposant qu'elle reste à sa distance ordinaire de la Terre, ne sera encore qu'à moitié chemin de la surface du Soleil.

Enfin, toutes les planètes qui circulent autour du Soleil ne formeraient, si elles étaient réunies, qu'une masse encore 6,000 fois plus petite que celle de cet astre!

Si du volume nous passons au poids, nous arrivons à des résultats non moins extraordinaires, non moins humiliauts pour l'homme qui oserait se faire un mérite de sa force physique ou de sa puissance matérielle. Le savant, qui sait toute l'inanité de ces prétentions et qui comprend qu'il ne devient réellement supérieur dans l'ordre des choses créées qu'en développant son intelligence, le savant pèse les corps célestes avec autant de précision que s'il les mettait dans un des plateaux d'une balance, et voici ce qu'il obtient :

Le poids du Soleil est de

2 096 000 000 000 000 000 000 000 tonnes,

la tonne étant de 1000 kilogrammes.

Le poids de la Terre exprimé avec la même unité est de

5 875 000 000 000 000 000 000.

Le poids moyen d'un homme est de 75 kilog. Nous reconnaissons tellement bien notre impuissance à apprécier de tel résultats qu'ils nous semblent infinis. Et pourtant le Soleil n'est qu'une des plus petites étoiles, et ces étoiles mêmes ne sont que des points dans l'espace.

Les anciens croyaient que le firmament était une voûte fixe azurée que le Créateur avait parsemée de points brillants nommés étoiles. Nous n'avons plus à combattre cette croyance erronée ; mais leurs idées sur les dimensions de cette voûte immense n'étaient pas moins éloignées de la vérité. Ces dimensions dépassent en effet de beaucoup les plus audacieuses fictions des poètes ; leurs comparaisons les plus exagérées nous semblent mesquines en présence de la vérité que nous dévoilent les mathématiques.

Imaginez une plaine bien unie, au centre de laquelle nous plaçons un globe de 60 centimètres de diamètre, une grosse citrouille, par exemple : ce sera le *Soleil*. Mercure, nous le placerons à 24 mètres de distance, et nous le représenterons par un grain de moutarde. Il tracera un cercle autour de la citrouille : ce sera son orbite. Puis Vénus, ce sera un petit pois, à 44 mètres ; la Terre, notre bonne planète, sera un pois un peu plus gros, à 61 mètres. Mars sera une grosse tête d'épingle, à 93 mètres. Juhon, Cérès, Pallas et Vesta seront autant de grains de sables à des distances de 145 à 169 mètres. Jupiter sera une orange à 317 mètres. Saturne et Uranus, de grosses cerises à 750 et 1,170 mètres environ de distance.

Figurez-vous maintenant que tous ces corps flanqués de leurs satellites tournent en cercle autour du Soleil, et vous aurez à une échelle lilliputienne l'image de notre système planétaire.

Quant aux comètes, au moment où elles sont voisines du Soleil et des planètes, elles produiraient dans cette plaine l'effet d'une plume légère emportée par les vents,

ou d'un jet de fumée se perdant dans l'espace, à l'extrémité de la plaine.

Continuons, si vous le voulez bien, à marcher en avant dans notre univers microscopique. Savez-vous combien il nous faudrait cheminer de temps dans la plaine, dans tous les sens, en ligne droite, avant de rencontrer la première et la plus proche des étoiles ? — Rien que 10,000 lieues, c'est-à-dire 40,000 kilomètres, c'est-à-dire cinquante fois la distance de Paris à Marseille.

Hésiode, dans sa *Théogonie*, suppose qu'un enclume, en tombant du ciel, roulerait neuf jours et neuf nuits dans l'espace avant d'arriver jusqu'à la Terre. Ce chemin parcouru serait immense, à la vérité : sa prodigieuse longueur est déjà bien capable d'effrayer l'imagination : et pourtant la physique nous apprend que, pendant ce temps, un corps solide quelconque, soumis à la loi générale de la gravitation universelle, ne parcourrait que 143,000 lieues, c'est-à-dire qu'il nous viendrait seulement d'un peu plus loin que la Lune, qui est le corps céleste le plus rapproché de nous.

Mais si nous pouvions sortir de notre atmosphère, franchir le vide et, nous traçant une voie vers le Soleil nous diriger vers lui par le moyen de locomotion le plus rapide que nous ayons à notre disposition, nous trouverions qu'un train express lancé à raison de 50 kilomètres à l'heure et marchant sans discontinuer mettrait 347 ans à parvenir au Soleil ; si ce même intervalle privé d'air n'était pas par suite incapable de propager le son, un bruit produit à la surface du Soleil ne viendrait frapper notre oreille que 14 ans et 2 mois après sa production. La lumière elle-même, dont la transmission dans le monde étroit où nous vivons nous semble instantanée, la lumière, qui en un dixième de seconde ferait presque le tour de notre globe, puisqu'elle parcourt 77,400 lieues par seconde, la lumière, auprès de laquelle le son se pro-

page avec une ridicule lenteur, emploie 8 minutes 13 secondes à nous venir du Soleil !

Et pourtant, cette énorme distance du Soleil à la Terre, que l'on compte en moyenne de 38,000,000 de lieues, et qui nous donne des résultats si prodigieux, devient presque insensible si nous voulons la prendre pour unité et mesurer la distance des étoiles les plus rapprochées.

Ainsi l'étoile 61^e de la constellation du Cygne est à une distance de nous d'au moins 600,000 fois le rayon de l'orbite de la Terre ; Sirius, Arcturus, la Chèvre, sont à 1,373,000 fois, 1,624,000 fois, 1,884,000 fois cette même longueur de 38 millions de lieues. C'est-à-dire que la lumière de ces astres, malgré sa prodigieuse vitesse de propagation de 77,400 lieues à la seconde, emploie 12 ans et demi, 22 ans, 31 ans à venir jusqu'à nous. La Polaire, cette étoile du marin qui semble placée à l'extrémité de l'axe du monde, et que tous ceux qui ont regardé le ciel avec attention doivent connaître, n'est pas à moins de 1,946,000 fois 38,000,000 de lieues de nous, et sa lumière met plus de 31 ans à nous parvenir.

Que nous voilà loin de l'enclume d'Hésiode !

Dans les évaluations qui précèdent, nous n'avons encore parlé que des étoiles superficielles, de celles que nous apercevons à l'œil nu. Que sera-ce si nous cherchons à nous rendre compte de l'éloignement de celles que le télescope nous a permis de découvrir, de celles qui appartiennent aux limites du champ que nous pouvons encore explorer ? Pour celles-ci, dans le cas de l'évaluation la plus modérée, on trouve que leur lumière mettrait plus de 12 millions d'années à venir jusqu'à nous, c'est-à-dire qu'il faudrait *trente-six mille milliards d'années* à un boulet de canon conservant la vitesse qu'il acquiert au sortir de la pièce pour franchir un pareil espace !

Ainsi, lorsque l'observateur plonge plus profondément

ses regards dans l'immensité, lorsqu'il atteint ces nébuleuses, sortes de taches blanches que le télescope fait résoudre en une fine poussière d'étoiles, la distance devient telle que notre imagination en reste confondue et que tous nos efforts sont impuissants à la représenter par des chiffres. Nos instruments révèlent encore à nos yeux l'éclat lumineux d'étoiles qui pourraient être éteintes depuis des millions d'années. « Ainsi, dit M. Pouchet dans son remarquable ouvrage sur l'*Univers*, l'histoire des cieux, franchissant la nuit des temps, passe à travers les siècles et vient nous apparaître comme autant d'événements contemporains ! »

Le nombre de ces astres éclatants est aussi digne de notre admiration que leur distance ou leur prodigieux éclat.

Tout le monde connaît cette trace blanche qui traverse le ciel et que l'on nomme la *Voie lactée* ou *Chemin de Saint-Jacques*. Eh bien, Herschell a reconnu que cette *Voie lactée* était une nébuleuse composée d'une innombrable quantité d'étoiles au milieu desquelles notre Soleil se trouve placé. Dans l'espace d'un quart d'heure, ce grand astronome compta jusqu'à 116,000 étoiles traversant le champ de sa lunette dirigée vers ce groupe immense, et si le Soleil se trouvait à la place d'une quelconque de ces étoiles, son éclat serait insuffisant pour qu'il pût parvenir jusqu'à nous. Si toutes les nébuleuses sont comparables à cette voie lactée, si chacune d'elles renferme ainsi plusieurs millions de soleils, tellement éloignés les uns des autres que la lumière emploie plus de trois ans pour franchir la distance comprise entre deux astres voisins, l'univers visible s'agrandit si prodigieusement que l'imagination effrayée le confond avec l'*univers infini*.

Et partout, cependant, on reconnaît l'action évidente de forces renouvelées sans cesse, créées d'instant en ins-

tant, pour maintenir l'harmonie dans chacun des atomes de ce majestueux ensemble ! Rien, d'ailleurs, si ce n'est l'insuffisance de nos télescopes, rien qui doive nous faire présumer que la création s'arrête là ! Mille motifs des plus puissants, au contraire, pour donner à penser que, transportés dans ces régions lointaines, nous verrions les bornes du firmament se reculer encore ; que des astres inconnus nous apparaîtraient encore vers un nouvel infini ; que l'univers, en un mot, comme on l'a si bien dit, est « un cercle dont le centre se trouve partout et la circonférence nulle part. »

Dira-t-on de ces vastes flambeaux des cieux qu'ils ont été créés sans autre but que celui d'éclairer les solitudes de l'immensité de l'espace ? Notre Soleil n'est que l'un de ces flambeaux, et nous savons combien de mondes forment son brillant apanage ; Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, dans leurs révolutions, entraînent probablement, aussi bien que la Terre, des peuplades d'êtres organisés. Pourquoi donc refuserions-nous le même cortège aux autres soleils ? Pourquoi chacun d'eux ne serait-il pas le centre d'un système de monde qu'il éclairerait de sa lumière et que l'insuffisance seule de nos moyens d'investigation nous empêche de voir ?

Oui, des mondes roulent dans ces régions éloignées ; et ces mondes sont aussi les domaines de la vie et de l'intelligence. En contemplant sous cet aspect le firmament étoilé qui nous enveloppe, nous voyons l'immensité peuplée de merveilles, se mouvant dans une admirable harmonie, sous l'empire des lois immuables d'une monarchie sans limites.

C'est une contemplation qui n'a pas de bornes ; car la pensée de l'homme va bien au delà de ce qu'il peut voir à l'œil nu ou aidé d'un télescope. Elle s'élance hors des régions des mondes visibles : et qui oserait dire que, là encore, il n'y a rien ; que les merveilles du Tout-Puissant

y ont une fin parce que nous ne pouvons y apercevoir les traces de sa puissance, et que notre imagination même succombe sous le poids de nos efforts? Peut-on ne pas être ébloui par ces richesses, quand on songe que la volonté qui les enfante, s'enveloppant dans sa majestueuse munificence, n'avait même pas laissé d'abord soupçonner par l'homme des largesses que les plus persévérantes études, accumulées de siècle en siècle, devaient seules nous révéler? On s'incline devant tant de grandeur, et l'on ne peut que répéter avec le roi prophète ce mot si juste et si souvent cité : « Les cieux racontent la gloire de Dieu. »

II

Sommaire. — Le télescope et le microscope. — Les générations spontanées. — Ce qu'il y a dans une goutte d'eau. — La résurrection d'un monde. — Les habitants de l'Océan. — Les faiseurs de mondes. — Les parasites de l'homme. — Conclusion.

Soit que nos regards en s'élevant scrutent la profondeur des cieux, soit qu'ils s'abaissent pour compter les créatures qui nous entourent, notre imagination reste également confondue ; partout nous rencontrons l'immensité, l'infini.

Et n'espérons pas que, si nous avons senti notre petitesse au milieu de l'univers, si nous avons compris notre impuissance devant l'œuvre infiniment grande du Créateur, nous puissions trouver quelques dédommagements pour notre amour-propre dans le spectacle que va nous présenter cette autre partie de la création qui nous semble inférieure par la dimension ou la puissance ; c'est ici au contraire que l'infinie sagesse du Tout-Puissant nous paraîtra plus admirable encore s'il est possible ; que notre ignorance et notre faiblesse nous sembleront

plus évidentes en présence de la multitude innombrable de ces infimes créatures, des merveilleux travaux qu'elles accomplissent et des mystères de leur organisme.

L'étude de la nature est d'ailleurs pleine pour nous de sublimes enseignements. L'histoire de la formation de notre globe, la conformation, l'organisation et les mœurs des animaux qui peuplent sa surface, son atmosphère et ses océans, la vie des plantes qui croissent et se multiplient autour de nous avec une variété infinie, nous offrent une source intarissable de jouissances intellectuelles. Aussi c'est avec regret que nous ne faisons qu'indiquer ici ces intéressants sujets, pour nous renfermer dans le cadre que nous nous sommes imposé, et contempler le spectacle grandiose de l'immensité dans les infiniment petits.

Il y a un siècle et demi que le microscope a été inventé ; et l'on peut dire que le Hollandais Leuwenhoeck, qui construisit de ses mains les premières lentilles grossissantes, découvrit, non plus pour le profit d'une seule nation, mais pour le progrès de tous, un monde bien autrement riche en habitants et en productions inconnues, bien autrement merveilleux que celui que Colomb faisait connaître deux siècles plus tôt. L'œil armé du microscope voit en effet, suivant l'exacte expression de M. Pouchet, *la nature s'animer dans tous les interstices de la matière*, et le nombre prodigieux d'organismes qu'il y découvre fait naître les plus magnifiques idées sur l'universelle diffusion de la vie.

Hipparque et Ptolémée, Copernic et Képler nous ont légué d'admirables découvertes. Mais ils ont dû tout voir dans les espaces célestes avec cette intuition et cette prescience particulière au génie. Galilée lui-même parvint à découvrir Jupiter avec le télescope qu'il inventa, et qui ne grossissait que sept fois les objets. A cette époque, on comptait au ciel un millier environ d'étoiles ;

aujourd'hui on explore les astres avec des instruments qui grossissent 6,500 fois, et le nombre de ceux que l'on distingue nettement dépasse 20 millions.

De même, la perspicacité de Leuwenhoeck a plus fait pour le progrès de la science que la puissance de l'instrument rudimentaire qu'il construisit. Ses faibles lentilles convexes, qui ne grossissaient les objets que 160 fois au plus en diamètre, ne sauraient être comparées, en effet, aux puissants microscopes perfectionnés que nous possédons aujourd'hui, qui rendent les diamètres 7,500 fois plus grands, et les surfaces 56 millions de fois plus étendues.

Soumettons à un de ces magiques instruments une gouttelette d'eau grosse comme la tête d'une épingle. Le plus étonnant spectacle s'offre à nos regards. Un lac s'étend devant nous ; mais combien il diffère de ceux que nous connaissons ! Dans ses ondes s'agite sans trêve, avec une activité extraordinaire, une foule innombrable d'êtres nouveaux pour nous. Les uns surgissent tout à coup du sein de ce petit océan et, semblant donner raison aux partisans de la *génération spontanée*, paraissent se produire d'eux-mêmes, par leur propre fait et sans l'intervention d'une mère. D'autres, au contraire, se divisent en deux, trois, quatre animaux nouveaux, doués comme le premier des mêmes organes et des mêmes mouvements incessants.

Bientôt leur nombre augmente au point qu'on ne saurait placer dans les intervalles qui les séparent une pointe d'aiguille ; ils forment des masses compactes et confuses renfermant des milliards de ces petits êtres, que l'on dissout pour ainsi dire en ajoutant de nouvelle eau.

Ici ce sont des *bacteriums*, les nains de ce nouveau monde, qui nous présentent l'aspect de fils roides et courts se mouvant par une série d'oscillations ; auprès ondulent

les *vibrions*, petites anguilles non moins délicates que les précédents, puisque le micromètre de notre instrument nous indique qu'elles n'ont pas plus d'un cent-millième de millimètre d'épaisseur ; puis les rapides *spirilles*, qui se contournent en une longue hélice semblable aux ressorts de laiton des jarretières. Ailleurs, les *protées*, à la démarche plus lente, et dont le corps plus ramassé est muni d'expansions contractiles ; comme leur mythologique homonyme, en quelques minutes ils ont passé par tant de formes qu'ils sont devenus méconnaissables. Ou bien, les *rhizopodes* qui s'enveloppent d'une coquille plate ou globuleuse de la substance des pierres à fusil.

Ces petits animalcules au corps blanc et globuleux, munis d'un long filament toujours agité d'un mouvement ondulatoire, ce sont des *monades*, sortes de molécules organiques. Ceux-ci, au corps diaphane et gélatineux, groupés par dizaines de mille sur un espace de moins d'un millimètre de largeur, ce sont les *volvociens* qui agitent aussi de longs filaments pour faire exécuter à la masse entière un mouvement de rotation sur elle-même.

Enfin, parmi cette foule innombrable, apparaissent, comme des éléphants auprès de scarabées, les *kolpodes*, les *trichodes* et les *kérones*, qui ont jusqu'à un quart de millimètre de diamètre, et dont le corps oblong, pourvu de cils vibratoires, se meut dans un perpétuel tourbillon ; et les *rotifères*, dont la bouche est entourée d'un appareil charnu revêtu de cils qui, par la régularité de leur mouvement, présentent à s'y méprendre l'aspect de roues dentées tournant avec rapidité.

Voilà ce qu'on nomme les *infusoires*, parce que les premiers de ces êtres furent aperçus dans des infusions végétales ; et bien qu'il en existe partout, les noms de *microzoaires* ou de *protozoaires* qu'on leur applique également, avec plus de raison, indiquent que ces petits êtres sont le début de l'organisation animale.

Poussons plus loin notre investigation, et profitons de la transparence des corps qui nous sont soumis pour reconnaître leur distribution. Ici le luxe des appareils vitaux dépasse de beaucoup ce qui existe dans les grands animaux. Il en est qui possèdent quinze, vingt et même cent estomacs; parfois l'un d'eux est muni de dents d'une finesse prodigieuse que l'on voit triturer les aliments. Le célèbre micrographe Ehrenberg prétend leur avoir reconnu des yeux, et il dit que leur système circulatoire a un tel développement que certains d'entre eux ont le cœur proportionnellement cinquante fois plus gros que celui d'un cheval. C'est probablement à ce développement extraordinaire des organes vitaux que l'on doit attribuer les perpétuelles agitations de ces êtres qui, seuls dans la création, ne connaissent ni le repos ni le sommeil.

Laissons évaporer notre goutte d'eau, enlevons l'air qui entoure la lame de verre qui la supportait tout à l'heure, chauffons même à 120°. Notre malheureuse population flottante, si agitée, si active, se dessèche et tombe bientôt dans l'immobilité de la mort; à travers le microscope, nous voyons les corps inanimés de ces milliers d'êtres dont l'organisation délicate nous étonnait tout à l'heure. Eh bien, ces corps ne sont pas encore des cadavres; ces existences si frêles en apparence peuvent résister à la privation d'air et d'eau, à des températures extrêmes que ne pourraient supporter ni les autres animaux ni les végétaux les plus robustes. Si quelques jours après, en effet, nous versons une goutte d'eau sur la place où gît notre petite colonie, nous verrons bientôt un grand nombre de ses membres se relever et reprendre après cette résurrection leur incessante activité.

Comme on le voit, les progrès des sciences naturelles ont élargi pour nous l'horizon de la vie. « Tout un monde microscopique, qui n'était pas soupçonné des pré-décesseurs de Leuwenhœck, se révèle à nous dans tous

les endroits où nos investigations peuvent accéder. Les glaces polaires, les régions élevées de l'atmosphère, les ténébreuses profondeurs de l'Océan, sont peuplées d'organismes vivants, et partout leur prodigieuse multitude nous émerveille autant que l'infinie variété de leurs formes. » (Pouchet, *l'Univers*).

Le nombre des infusoires est tellement considérable au fond de l'Océan que les *monades*, dont le diamètre ne dépasse pas la quinze-centième partie d'un millimètre, y forment des couches vivantes de plusieurs mètres d'épaisseur. Et ce n'est pas seulement sur quelque point isolé, dans les mers intérieures ou près des côtes, qu'il en est ainsi; près des pôles, où les grands organismes ne pourraient plus exister, il règne encore une vie infiniment petite et des organisations d'une richesse et souvent d'une élégance remarquables. A des profondeurs qui dépassent la hauteur des plus grandes montagnes, chaque couche d'eau est animée par des vers polygastriques, des cyclidies et des orphrydines. Là pullulent les animalcules phosphorescents, les *mammaries* les *noctiluques miliaires*, les *péridines*, les *néréides*, dont les innombrables essaims, attirés à la surface par diverses circonstances météorologiques, transforment chaque vague en une écume lumineuse et laissent derrière les navires des sillons phosphorescents.

D'ailleurs au sein des mers, les prodiges se pressent au point de lasser l'admiration. Si le fond est semé de parterres vivants, composés des anémones aux nuances brillantes, des actinies couleur de feu, des méduses aux blanches clochettes, ou des gorgones aux éventails lilas, les polypes mycroscopiques, réunis en d'innombrables armées, s'assimilent les sels calcaires et le silex tenus en suspension dans les eaux salées et élèvent par leur travail et par les débris de leurs corps infiniment petits ces admirables palais de corail dont les débris nous servent

d'ornement, ou ces bancs dont la masse nous stupéfie, en rendant impraticables des parages de l'Océan que les navires traversaient précédemment à pleines voiles.

Ces polypiers gigantesques deviennent parfois des îles, des continents; et les géologues nous enseignent la puissance de ces *faiseurs de mondes*, comme les appelle Michelet, qui ont remanié et modifié la surface de notre globe à certaines époques antédiluviennes. Ainsi la vieille Germanie et ses sombres forêts reposent sur un lit de corail; de nos jours, le détroit de Torrès, en Australie, qui ne comptait, il y a peu d'années, que vingt-six îlots madréporiques, en offre aujourd'hui cent cinquante; et le jour n'est pas loin où le passage sera complètement comblé par les infatigables zoophytes qui ont commencé, avec ce siècle la construction de cette immense digue moins célèbre mais plus durable que celles d'Alexandre le Grand ou de Richelieu.

Dans un ouvrage remarquable intitulé *l'Univers*, M. Pouchet, l'un des plus habiles défenseurs de la théorie des *générations spontanées*, nous dit :

« L'eau n'est pas le seul domaine des animalcules microscopiques; on en rencontre aussi dans la terre des amas dont la puissance dépasse toutes les supputations du calcul. Certaines espèces, dont la petitesse n'égale peut-être pas la 1,500^e partie d'un millimètre, constituent sous le sol de quelques endroits humides de véritables couches vivantes qui ont parfois plusieurs mètres d'épaisseur. Ainsi la ville de Berlin est bâtie sur un banc d'animalculés de plus de 15 mètres de profondeur. Ces êtres sont d'une telle ténuité qu'il en faut 1,111,500,000 pour faire un gramme!

« Mais la vie microscopique n'envahit pas seulement l'eau, l'air et la terre; on la retrouve encore, pleine de puissance et d'animation, à l'intérieur des animaux et des plantes; aucun de leurs appareils les plus profondé-

ment protégés ne peut s'y soustraire. Quelques microzoaires, mêlés aux globules sanguins, semblent vivre même à l'aise au milieu du tourbillon incessant de la circulation, qui parcourt chaque jour plus de 2,800 fois son circuit du cœur aux extrémités et des extrémités au cœur.

« L'homme lui-même ne s' imagine pas quelle population invisible le dévore d'une manière incessante, et finit parfois par le tuer. On découvre toujours dans ses intestins des masses de *vibrions*, véritables anguillules microscopiques. Les innombrables légions d'un autre ver plus petit, la *trichine*, envahissent parfois à notre insu tous nos organes charnus. Celui-ci se multiplie tant dans notre économie qu'on en a compté jusqu'à vingt-cinq dans l'un des muscles de l'intérieur de l'oreille, qui ne dépasse pas la grosseur d'un grain de millet. »

Mais arrêtons-nous dans cette étude si attrayante et si pleine de charmes de la création, avec la persuasion que notre sujet ne serait jamais épuisé. Ne cherchons plus désormais le merveilleux dans le surnaturel, puisque la nature, avec ses innombrables mystères, est pour les générations présentes et futures une source intarissable de découvertes admirables et de méditations sublimes.

Il est vrai que le sentiment de notre humilité nous subjugue en présence de ces infinis de l'espace, de cette infinie divisibilité de la matière organisée, aussi bien que de l'éternité du temps; chaque pas que fait l'homme dans la carrière lui dévoile sa faiblesse : mais aussi son intelligence, cette émanation divine, le soutient en lui décelant sa puissance et sa suprême origine, et en lui permettant de croire que, seul dans l'ordre des êtres créés, il peut admirer l'univers et rendre hommage à son auteur.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages.
<u>Avant-propos</u>	<u>1</u>

CHAPITRE PREMIER

L'origine des chiffres.

<u>Sommaire. — Un peu d'étymologie. — Les chiffres grecs. L'A-</u> <u>rénaire d'Archimède. — Les chiffres indiens et les chiffres arabes</u> <u>— Les mots savants.....</u>	<u>7</u>
---	----------

CHAPITRE II.

Le calcul mental et les machines à calculer.

<u>Sommaire. — Encore une étymologie. — Grandemange, Mon-</u> <u>deux et les calculateurs mentals. — L'abaque. — Calcul des</u> <u>aveugles. — Les bâtons de Neper. — Le compteur universel.</u> <u>— L'Arithmomètre.....</u>	<u>14</u>
--	-----------

CHAPITRE III.

Combinaisons et propriétés des nombres.

<u>Sommaire. — Écriture et arithmétique secrètes. — Addition et</u> <u>soustraction simultanées. — Multiplication par les doigts. —</u>	
--	--

Opérations abrégées. — Propriétés curieuses ou amusantes de quelques nombres. — Nombres parfaits, nombres triangulaires, etc..... 28

CHAPITRE IV.

Problèmes célèbres.

Sommaire. — Achille et la Tortue. — Archimède et la couronne du roi Hiéron. — Comment la science des nombres peut tirer d'un mauvais pas ; l'historien Josèphe. — Le problème des échecs. — Les problèmes impossibles : la quadrature du cercle et les nombres incommensurables..... 43

CHAPITRE V.

Problèmes amusants.

Sommaire. — A maître habile fins écoliers. — Le cuisinier, ses aides et l'omelette sans œufs. — L'énoncé embrouillé. — La vie d'une locomotive. — Les joueurs. — L'enfant et les oranges. — Le zouave et l'eau-de-vie à distribuer. — L'aubergiste rusé. — Un commis qui a 20 mètres d'étoffe. — Le paysan, la chèvre, le loup et le chou. — Une rencontre des Grâces et des Muses. — Un chasseur malheureux et l'intelligent cuisinier. — Les marchandes d'oranges aussi pauvres l'une que l'autre. — Pair ou non ? — Le courage des batailles et celui des duels estimés en chiffres..... 57

CHAPITRE VI.

Les carrés magiques.

Sommaire. — Ce que c'est qu'un carré magique. Mode de formation des carrés impairs. — Modifications et variantes. —

Les carrés pairs; leur formation. — Les carrés en progression géométrique. — Histoire et usage des carrés magiques. — ABRACADABRA. — Les mots carrés..... 70

CHAPITRE VII.

Les grands nombres.

Sommaire. — Ce que c'est qu'un million. — Le budget de la France. — La multiplication des centimes. — Les huit inséparables. — Un singulier pari. — Le maquignon normand. — Ce que produit un grain de blé en 12 ans. — La postérité d'Adam et celle de Jacob. — La tradition et la chaîne d'existences qui nous réunirait au premier homme. — Comme quoi le grand turc ne pourrait pas nourrir de truie. — La légitimité de l'intérêt de l'argent. — La vie et la fortune imaginaire de Thomas Parr. — Si Charlemagne m'avait donné 1 franc! — Tout ce qu'on peut chanter, tout ce qu'on peut écrire. 81

CHAPITRE VIII.

Deviner en calculant.

Sommaire. — Le nombre pensé. — Qui a la bague? — La carte pensée. — Diverses méthodes, quelques tours de cartes et de dominos. — Arrangement magique de seize cartes. — Le piquet sans cartes. — Le cavalier aux échecs, etc..... 91

CHAPITRE IX.

Enigmes et combinaisons. 112

CHAPITRE X.

Les infiniment grands et les infiniment petits.. 121

CLICHY. — Impr. de Maurice LAGNON, et C^{ie}, rue du Bac-d'Asnières, 12.



82 861141



EN VENTE A LA MÊME LIBRAIRIE

LA

SCIENCE DES CAMPAGNES

Collection in-18 raisin, illustrée de nombreuses gravures,
le vol. 30 cent.; cartonné, 60 cent.

Terres cultivables. Amendement et engrais.....	» 60
Défrichements. Irrigations et drainage.....	» 60
Instruments agricoles. Labours, semailles, fenaisons et moissons.....	» 60
Plantes alimentaires et Plantes fourragères.....	» 60
Plantes industrielles.....	» 60
Vignobles et Vergers.....	» 60
Vaches laitières.—Bœufs et Animaux d'attelage...	» 60
Porcs, Oiseaux de basse-cour et Lapins.....	» 60
Abeilles, Vers à soie et Pisciculture.....	» 60
Comptabilité agricole.....	» 60
Industries rattachées à l'agriculture.....	» 60
Petit Code pratique du cultivateur....	» 60
Culture des arbres fruitiers à tout vent.....	» 60
L'École et la ferme, ou une Lecture par semaine sur les travaux de l'année agricole, par M. Michel Greff....	» 60
Le Catéchisme agricole, par M. Michel Greff..	» 60
La Fermière, ou Notions d'économie domestique rurale, par M. Michel Greff.....	» 60
La Botanique des Écoles, par M. Pizetta.....	» 60

Cette Collection est autorisée pour les **BIBLIOTHÈQUES
SCOLAIRES.** (Circul. du 23 février 1863.)

PARIS, Imp. de PAUL DUFONT, rue de Grenelle-Saint-Honoré, 15.

BIBLIOTHECA
RACCO